

Bericht zum Versuch **Comptoneffekt**

Michael Goerz, Anton Haase

13. November 2006

FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Fortgeschrittenenpraktikum Teil A
Tutor: W. Harneit

Inhalt

1 Einführung	2
1.1 Wechselwirkung von Gammastrahlung mit Materie	2
1.1.1 Comptoneffekt	2
1.1.2 Photoeffekt	4
1.1.3 Paarbildung	5
1.2 Messverfahren	5
1.2.1 Szintillationszähler	5
1.2.2 Koinzidenzmessung	6
2 Fragestellung	6
3 Versuchsaufbau und Durchführung	7
4 Auswertung	8
4.1 Kalibrierung	8
4.2 Comptonkanten bei Na22	10
4.3 Koinzidenzschaltung	10
4.4 Messung der Comptongeometrie	11
5 Zusammenfassung	12

1 Einführung

1.1 Wechselwirkung von Gammastrahlung mit Materie

Es gibt drei wichtige Wechselwirkungen von Gammastrahlung mit Materie:

Comptoneffekt Streuung des Gammaquants durch elastischen Stoß mit einem quasi-freien Elektron.

Photoeffekt Absorption des Gammaquants durch Herauslösen eines gebundenen Elektrons.

Paarbildung Vernichtung des Gammaquants unter Erzeugung eines Elektron-Positron-Paares.

Alle drei Effekte überlagern sich zu einem Absorptionskoeffizienten (Abb. 1).

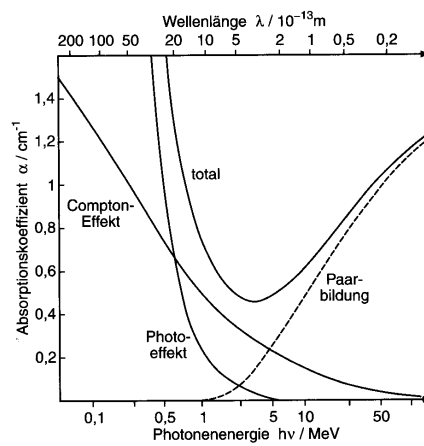


Abb. 1: Beiträge von Photoeffekt, Compton-Effekt und Paarbildung zum Absorptionskoeffizienten (aus [1])

1.1.1 Comptoneffekt

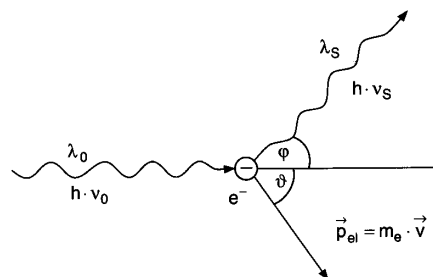


Abb. 2: Comptoneffekt (aus [1])

Beim Comptoneffekt trifft das Gammaquant auf eines der Hüllenelektronen, welches als quasi-frei angesehen werden kann (Bindungsenergie klein gegenüber der Energie des Gammaquants). Das Gammaquant streut elastisch am Elektron, und beide fliegen unter Berücksichtigung von Impuls- und Energieerhaltung auseinander. Die Energie, welche das Gammaquant an das Elektron weitergegeben hat, führt zu einer Rotverschiebung. Die Differenz der Wellenlänge vor und nach dem Stoß lässt sich wie folgt berechnen:

Es gilt zunächst der Energieerhaltungssatz

$$h\nu = h\nu' + E_{\text{kin}} \quad (1)$$

wobei die kinetische Energie des Elektrons relativistisch berechnet wird:

$$E_{\text{kin}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2 \quad (2)$$

Dies eingesetzt und durch Quadrieren umgeformt ergibt

$$\frac{m^2 c^4}{1-v^2/c^2} = h^2(\nu - \nu')^2 + m^2 c^4 + 2hmc^2(\nu - \nu') \quad (3)$$

$$\frac{m^2 v^2}{1-v^2/c^2} = \frac{h^2}{c^2}(\nu - \nu')^2 + 2hm(\nu - \nu')^2 \quad (4)$$

Desweiteren gilt der Impulserhaltungssatz, vektoriell geschrieben

$$\hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}' + \vec{p}_e \quad (5)$$

Dabei ist der Betrag des Impulses des Photons $|\hbar\vec{k}| = \frac{h\nu}{c}$ und der Impuls des Elektrons $\vec{p}_e = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$. Quadriert man auch hier, ergibt sich

$$\vec{p}_e^2 = \hbar^2\vec{k}^2 - 2\hbar^2\vec{k}\vec{k}' + \hbar^2\vec{k}'^2 \quad (6)$$

Einsetzen von \vec{p}_e und Anwendung des Cosinussatzes führt auf

$$\frac{m^2 v^2}{1-v^2/c^2} = \frac{h^2}{c^2}(\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos(\theta)) \quad (7)$$

Durch unmittelbaren Vergleich von Gl. (7) und Gl. (4) kommt man auf die Comptonformel:

$$\nu - \nu' = \frac{h}{2mc^2} [\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos(\theta) - \nu^2 + 2\nu\nu' - \nu'^2] \quad (8)$$

$$= \frac{h}{mc^2} \nu\nu' (1 - \cos(\theta)) \quad (9)$$

Mit $\lambda = \frac{c}{\nu}$ lässt sich diese Formel von Frequenz zu Wellenlänge umschreiben. Die Verschiebung ist dann nicht mehr abhängig von der einfallenden Strahlung.

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos(\theta)) \quad (10)$$

Der konstante Faktor $\frac{h}{mc} = 2.43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ wird als Comptonwellenlänge λ_C bezeichnet. Die dieser Wellenlänge zugehörige Energie beträgt $\frac{hc}{\lambda_C} = 511 \text{ keV}$ und entspricht gleichzeitig auch der Ruheenergie eines Elektrons.

Offensichtlich wird die Änderung der Wellenlänge maximal für $\cos(\theta) = -1$, also für $\theta = 180^\circ$. Es ist dann $\Delta\lambda = 2\lambda_C$.

Es lässt sich nun auch noch die Änderung der kinetischen Energie des Elektrons berechnen:

$$\Delta E_{\text{kin}} = h(\nu - \nu') \quad (11)$$

$$= \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda} \quad (12)$$

$$= h\nu \frac{\lambda_C (1 - \cos\theta)}{\lambda + \lambda_C (1 - \cos\theta)} \quad (13)$$

Auch hier liegt wieder ein Maximum bei $\theta = 180^\circ$. Die resultierende Energie

$$\Delta E_{\text{kin}}^{\text{max}} = h\nu \frac{2\lambda_C}{\lambda + 2\lambda_C} \quad (14)$$

bezeichnet man als die Compton-Kante: Registriert man die gestreuten Elektronen, wird es an dieser Energiegrenze eine scharfe Kante geben.

1.1.2 Photoeffekt

Beim Photoeffekt trifft ein Gammaquant auf die Elektronenschale eines Atoms und wird dort vollständig absorbiert. Seine Energie gibt das Quant dabei vollständig an eines der Elektronen ab, welches den Atomverband mit der kinetischen Energie

$$E_{\text{kin}} = h\nu - E_{\text{Bindung}} \quad (15)$$

verlässt. Aus Gründen der Impulserhaltung kann dieser Effekt nur bei gebundenen Elektronen auftreten, da das Elektron den Impuls des Quants nicht vollständig aufnehmen kann. Ein Teil wird an das Atom als Rückstoßimpuls weitergegeben.

Bestrahlt man ein Atom mit Quanten unterschiedlicher Energie, so treten sog. Absorptionskanten dort auf, wo das Quant gerade die Bindungsenergie eines Elektrons erreicht (vergl. Abb. 3).

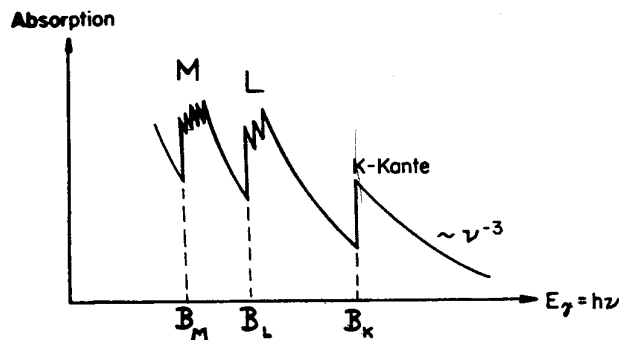


Fig. 3.2

Abb. 3: Absorptionsspektrum beim Photoeffekt (aus [2])

Der Streuquerschnitt des Photoeffekts hängt wie in Gl. (16) gegeben von der Kernladungszahl und der Frequenz des Quants ab und tritt somit vorwiegend bei Atomen mit hoher Kernladungszahl bzw. Quanten geringer Energie auf (siehe Abb. 1).

$$\tau_{\text{P}} \approx \frac{Z^4}{(h\nu)^3} \quad (16)$$

1.1.3 Paarbildung

Unter der Paarbildung versteht man die Umwandlung eines Quants in ein Positron-Elektronen-Paar. Dieser Effekt kann ebenfalls nur in Materie stattfinden. Der Grund dafür liegt in der Impulserhaltung, die im Vakuum nur dadurch erfüllbar wäre, dass sich eines der entstandenen Teilchen mit Überlichtgeschwindigkeit bewegt, was jedoch nicht möglich ist. Daher kann es beispielsweise nur in der Nähe eines Atomkerns zur Paarbildung kommen, da der Kern in der Lage ist den überschüssigen Impuls aufzunehmen. Eine weitere Voraussetzung zur Beobachtung des Effekts ist, dass das einfallende Quant mindestens die Ruheenergie von Elektron und Positron, also $h\nu \geq 2m_e c^2$ haben muss.

1.2 Messverfahren

1.2.1 Szintillationszähler

Ein Szintillationszähler ist ein Gerät zur Detektion von Gammaquanten, das auf der Ausnutzung des Photoeffekts beruht. Das einfallende Gammaquant trifft dabei zunächst auf ein Elektron im Kristall (Szintillator) und schlägt dieses hinaus. Das entstandene Loch wird nun durch ein energetisch höher liegendes Elektron gefüllt wobei ein Röntgenquant emittiert wird, welches wiederum Elektronen trifft. Dieser Prozess setzt sich kaskadenartig fort und resultiert schließlich in einer bestimmten Lichtmenge, die proportional zur Energie des eingefallenen Gammaquants ist (vergl. Abb. 4). Das Licht fällt in der nächsten Stufe auf eine Photokathode wo Elektronen herausgeschlagen werden, welche durch eine Spannung in Richtung der sog. Dynoden beschleunigt werden. Dort schlagen sie weitere Elektronen heraus, die ebenfalls beschleunigt werden. Nach mehrmaliger Wiederholung des Vorgangs ergibt sich eine bestimmte Ladungsmenge (proportional zur Energie des Gammaquants), die schließlich an der Anode detektiert wird (Photostrom). Eine quantitative Auswertung der gewonnenen Energiedaten ist jedoch erst nach vorheriger Eichung möglich.

Der Bauweise dieses Detektors bringt es mit sich, dass innerhalb der ersten Stufe neben dem (erwünschten) Photoeffekt auch der Comptoneffekt auftritt. Dies führt dazu, dass ein kontinuierliches Spektrum (Compton-Kontinuum) von Elektronen mit einer Energie, die kleiner ist als die Energie der Elektronen die aus dem jeweiligen Photoeffekt entstehen, detektiert wird. Bei der maximalen Energie, die ein Photon mittels Comptoneffekt übertragen kann, ist eine scharfe Kante im Spektrum erkennbar (Compton-Kante, siehe Gl. (14)). Der Zwischenraum zwischen Kante und Photopeak entspricht gerade der Energie des (rück-)gestreuten Photons.

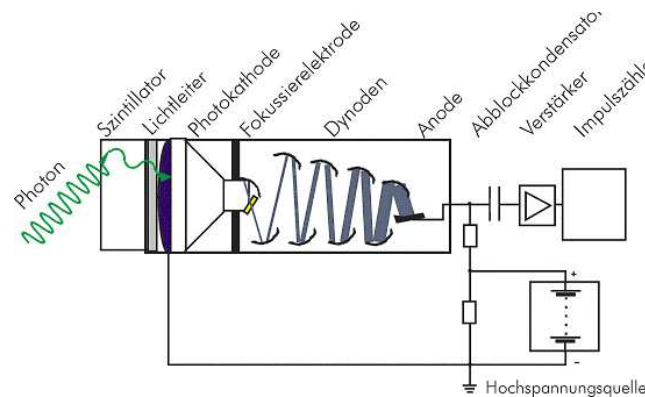


Abb. 4: Szintillationszähler (aus [3])

1.2.2 Koinzidenzmessung

Bei der Koinzidenzmessung handelt es sich um ein Filterverfahren, um zufällig einfallende Gammaquanten von den effektspezifischen zu trennen. Das Verfahren an sich ist dabei nicht auf Gammaquanten beschränkt sondern kann überall dort verwendet werden, wo zur Detektion eines Ereignisses eine entsprechende Detektion eines Referenzereignisses möglich ist. In der Anwendung auf den Comptoneffekt handelt es sich dabei neben dem gestreuten Gammaquant um das gestoßene Elektron.

Ein entsprechendes Gerät betrachtet dabei eine Messung nur dann als gültig, wenn die Messereignisse am Detektor und Referenzdetektor gleichzeitig bzw. innerhalb eines bestimmten Zeitfensters auftreten. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei zwei unabhängige Ereignisse im Detektor und Referenzdetektor als gültig betrachtet werden, hängt direkt von der Breite des eingestellten Zeitfensters ab. Die Güte des Signals steigt also mit der Verkürzung des Zeitfensters. Desweiteren besitzen diese Geräte die Möglichkeit eine Zeitverzögerung zu berücksichtigen, um so beispielsweise Laufzeitunterschiede auszugleichen.

Für das vorliegende Experiment dient die Koinzidenzmessung zum Herausfiltern des Photoeffekts und des Paarbildungseffekts in der Probe (bei Messung der Elektronen) bzw. zur Elimination von nicht gestreuten Gammaquanten und der natürlichen Hintergrundstrahlung (bei Messung der Gammaquanten).

2 Fragestellung

Ziel des Versuches ist der Nachweis des Comptoneffekts. Die Apparatur, bestehend aus Gammastrahlen- und Elektronendetektor wird zunächst mit den bekannten Linien der vorhandenen radioaktiven Präparate Na22, Cs137 und Am241 geeicht. Danach wird für die Na22-Eichprobe die Compton-Kante beider Linien ausgemessen. Schließlich soll mit einer stärkeren Na22-Probe die Winkelabhängigkeit der Comptonstreuung (Gl. 13) überprüft werden.

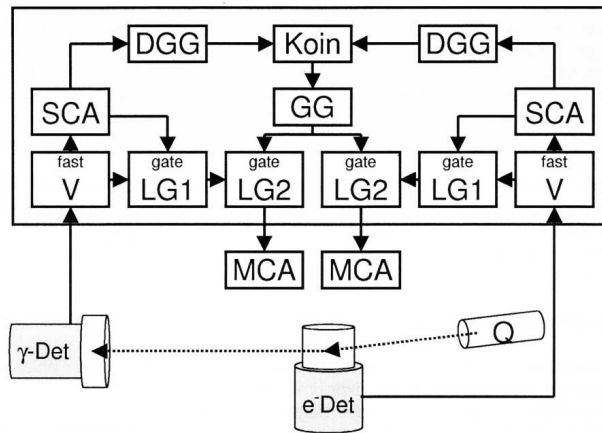


Abb. 5: Versuchsaufbau. V: Verstärker, LG: Linear Gate, SCA: Single Channel Analyzer, DGG: Delay-Gate-Generator, Koin: Koinzidenzstufe, GG: Gate Generator, MCA: Multi Channel Analyzer

3 Versuchsaufbau und Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 5 dargestellt. Er bestand aus zwei Szintillationsdetektoren (Gammadetektor und Elektronendetektor). Der Szintillator des Elektronendetektors stellte selbst das Target für die Messung mit der starken Natriumquelle dar. Beide Detektoren waren mit einer Zähl Elektronik verbunden, mit den für die Messung am wichtigsten Einstellmöglichkeiten: Variation des Messbereichs am Single Channel Analyzer und Einstellung des Zeitfensters für die Koinzidenz an Koinzidenzstufe.

Um die Kanäle der beiden Detektoren auf keV zu eichen, haben wir alle drei Eichproben direkt auf den jeweiligen Detektor gelegt. Aus der Position der Peaks im Spektrum konnte für jeden Detektor eine Eichgerade bestimmt werden. Mithilfe der gewonnenen Werte konnten nun alle folgenden Messungen in Energien umgerechnet werden.

Für die Messung an der Na22-Probe wurde als nächstes aus dem Spektrum die Position der Comptonkanten bestimmt.

Um einen Eindruck zu möglichen Fehlern durch radioaktive Hintergrundstrahlung zu gewinnen, haben wir im Anschluss daran in einer längeren Messung die Detektoren ohne irgendeine Probe betrieben.

Um nun im letzten Teil des Versuchs die stärkere Na22-Probe zu untersuchen, haben wir uns zunächst mit den Einstellungen der Zähl Elektronik vertraut gemacht. Dabei haben wir für die Koinzidenz ein geeignetes Zeitfenster (100 ns) ermittelt und uns mit den Möglichkeiten der Filterung am Single Channel Analyzer vertraut gemacht. Bei der Koinzidenzmessung wurde die Probe zwischen die beiden Detektoren gelegt. Zur Erzeugung zufälliger Koinzidenzen wurden sämtliche Eichproben in der Nähe der Detektoren verteilt.

Mit der nun geeignet eingestellten Elektronik konnten in Koinzidenz die Messspektren der starken Na22 - Probe bei einem Compton-Winkel von 30°, 60°, 90° aufgenommen und mit der Theorie verglichen werden.

4 Auswertung

4.1 Kalibrierung

Die Kalibriermessungen sind in Abb. 6-8 dargestellt. Die Kalibrierung ist dabei schon angewendet.

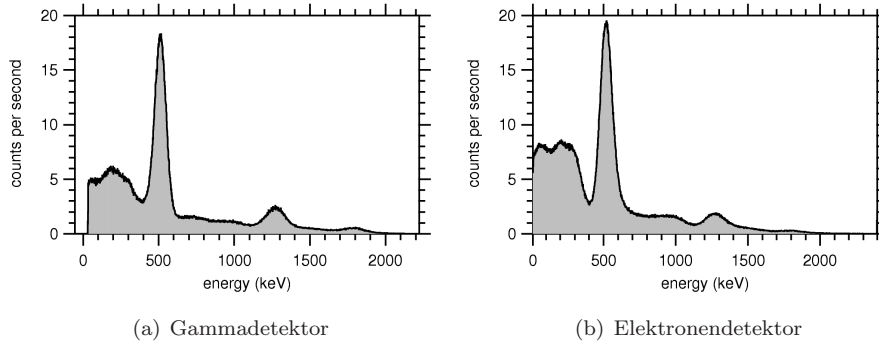


Abb. 6: Kalibriermessung Na22

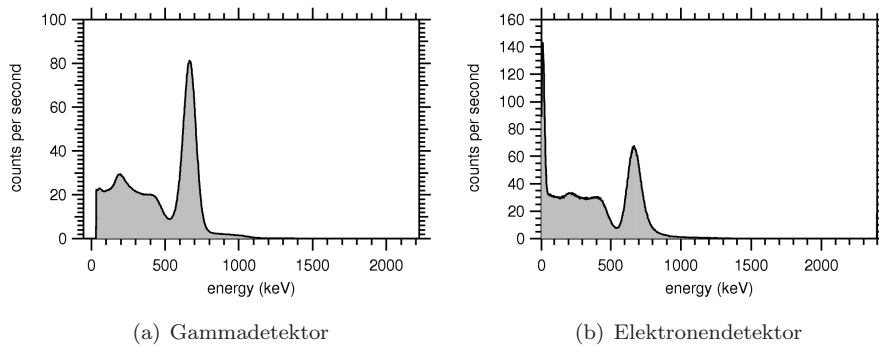


Abb. 7: Kalibriermessung Cs137

Das Maxima der jeweiligen Peaks, in Kanälen, kann durch einen Gauß-Fit aus den Messungen bestimmt werden und ist in Tabelle 1 dargestellt. Der Fehler schätzt dabei die ungefähre Schwankung bei verschiedenem Setzen der Grenzpunkte des Gauß-Fits ab.

Aus den Messpunkten der Kalibrierungstabelle kann nun eine Ausgleichsgerade bestimmt werden. Dies ist in Abb. 9 dargestellt. Die dabei ermittelten Umrechnungsformeln

$$E_{\gamma} [\text{keV}] = (53.2 \pm 2.5) + (1.111 \pm 0.003) \cdot c \quad (17)$$

$$E_{e^-} [\text{keV}] = (10.7 \pm 2.0) + (1.165 \pm 0.003) \cdot c \quad (18)$$

wurden mit der Laborsoftware auf alle Datensätze angewandt.

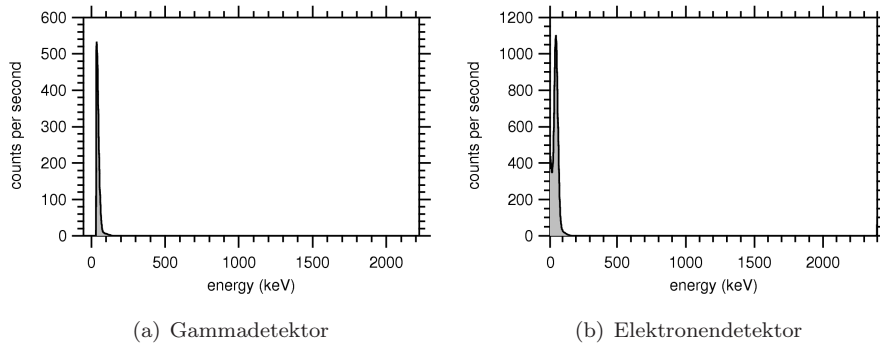


Abb. 8: Kalibriermessung Am241

Point	line	energy	Ecal	dEcal	Gcal	dGcal
0	22Na-I	511	436.02	2	506.35	2
1	22Na-II	1275	1082	2	1190.2	2
2	60Co-I	1173	991.3	5	1116.2	5
3	60Co-II	1333	1105	10	1237.9	10
4	137Cs	663	565.64	2	645.46	1
5	241Am	60	35.313	2	81.907	5

Tabelle 1: Kalibrierungstabelle, Werte in Kanälen

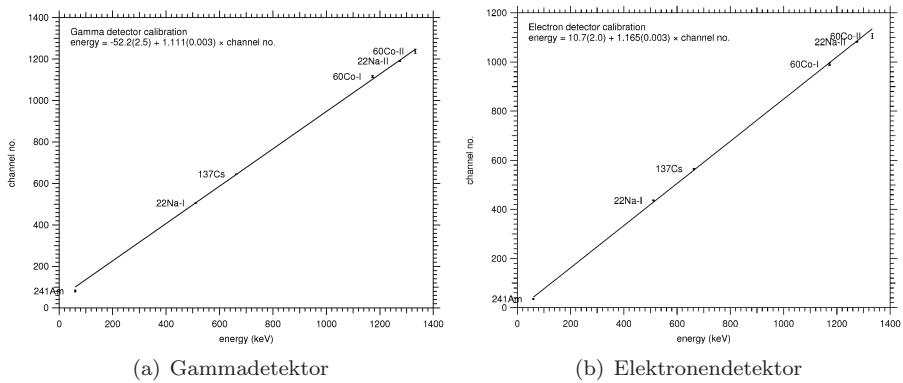


Abb. 9: Kalibrierungsgeraden für die Detektoren

4.2 Comptonkanten bei Na22

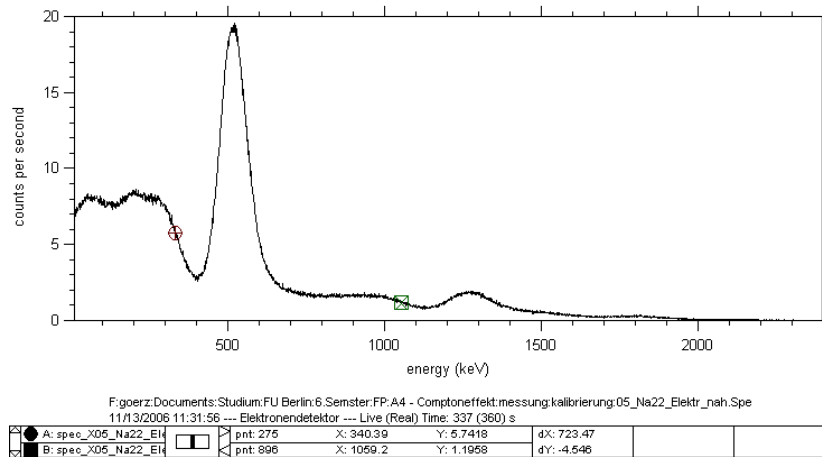


Abb. 10: Position der Comptonkanten

Die Comptonkanten werden als die Mitte der abfallenden Flanken im Spektrum abgelesen. Die beiden Punkte sind in Abb. 10 hervorgehoben. Wir verwenden hier nur die am Elektronendetektor gemessenen Werte, da die Kanten in diesem Bild deutlich sichtbarer sind (vgl. Abb. 6). Es zeigt sich im Vergleich, dass die Photopeaks beider Detektoren gleich hoch sind, beim Elektronendetektor das Comptonkontinuum aber deutlich höher ist. Die kann nur auf bauliche Unterschiede zurückgeführt werden, der Szintillationskristall des Elektronendetektors ist offensichtlich empfindlicher für den Comptoneffekt. Möglicherweise spielt auch die unterschiedliche Größe beider Detektoren eine Rolle.

Die abgelesenen Werte für die Comptonkanten sind:

$$C_{511} = (340 \pm 15) \text{ keV}$$

$$C_{1280} = (1059 \pm 20) \text{ keV}$$

Der Fehler ist ein geschätzter Ablesefehler.

Die theoretischen Werte nach Gl. (14) lauten:

$$C_{511}^{\text{theo}} = 340.7 \text{ keV}$$

$$C_{1280}^{\text{theo}} = 1061.2 \text{ keV}$$

Die gemessenen Werte sind also mit den theoretischen identisch.

4.3 Koinzidenzschaltung

Um eine exakte Messung bei der starken Na22-Quelle zu gewährleisten, muss die Koinzidenzschaltung ausgenutzt werden, um nur echte Ereignisse zu messen. Ansonsten würde etwa die Hintergrundstrahlung (Abb. 11) zu verfälschten Ergebnissen führen. Es stehen zwei Einstellungsmöglichkeiten zur Verfügung: die Bereichseingrenzung am Single Channel Analyzer und die Länge des Zeitfensters für die Koinzidenz. An und für sich besteht keine Möglichkeit zur Unterscheidung zufälliger und echter Koinzidenzen, es kann lediglich versucht werden,

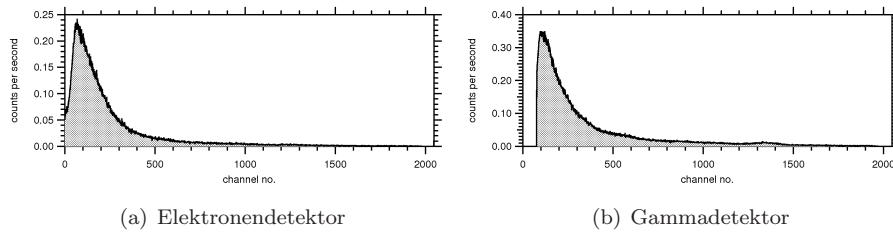


Abb. 11: Hintergrundstrahlung

durch Variation der beiden genannten Parameter die Wahrscheinlichkeit für zufällige Koinzidenzen zu minimieren.

Wie man sieht, ist die Hintergrundstrahlung hauptsächlich im Bereich niedriger Energien vorhanden. Es ist also sinnvoll, den Bereich so einzugrenzen, dass alle Energien unterhalb des Photopeaks abgeschnitten werden, um zufällige Koinzidenzen mit der Hintergrundstrahlung zu minimieren.

Das Zeitfenster sollte möglich kurz eingestellt werden, je kürzer, desto weniger wahrscheinlich sind zufällige Koinzidenzen. In unserm Fall hat sich ein Zeitfenster von 100 ns als geeignet herausgestellt.

4.4 Messung der Comptongeometrie

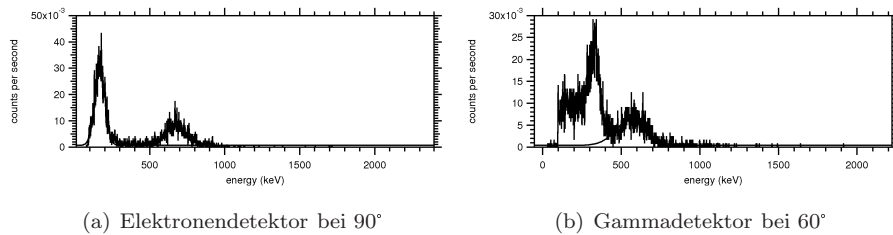


Abb. 12: Beispielhafte Kurven für die Comptongeometrie

Die Werte für die Comptongeometrie wurden aus den Einzelspektren (Abb. 12) durch Gauß-Fits ermittelt. Der Fehler stammt dabei wiederum aus dem Kalibrierungsfehler und der Schwankung des Fits. Die ermittelten Werte sind in Tabelle 2 eingetragen. Zusammen mit der theoretischen Vorhersage (aus Gl. 13) sind sie in Abb. 13 dargestellt.

Point	theta	E1	dE1	E2	dE2	G1	dG1	G2	dG2
0	60	114.96	10	497.37	10	322.28	20	575.2	20
1	90	166.79	10	673.1	15	246.7	20	366.23	20
2	120	212.57	10	771.22	20	189.84	10	255.04	20

Tabelle 2: Werte für die Comptongeometrie (Energien in keV)

Die Messwerte am Gammadetektor sind innerhalb eines Fehlerintervalls mit den theoretischen Vorhersagen identisch. Am Elektronendetektor gibt es allerdings einen erheblichen systematischen Fehler. Vermutlich ist hier die Kalibrierung nicht mehr auf den stärkeren Strahler anwendbar.

Eine mögliche Erklärung wäre, dass es zu einer Übersättigung in der Elektrodenskaskade des Elektronenzähler kommen könnte wenn nun bei der stärkeren Quelle deutlich mehr Elektronen auftreten.

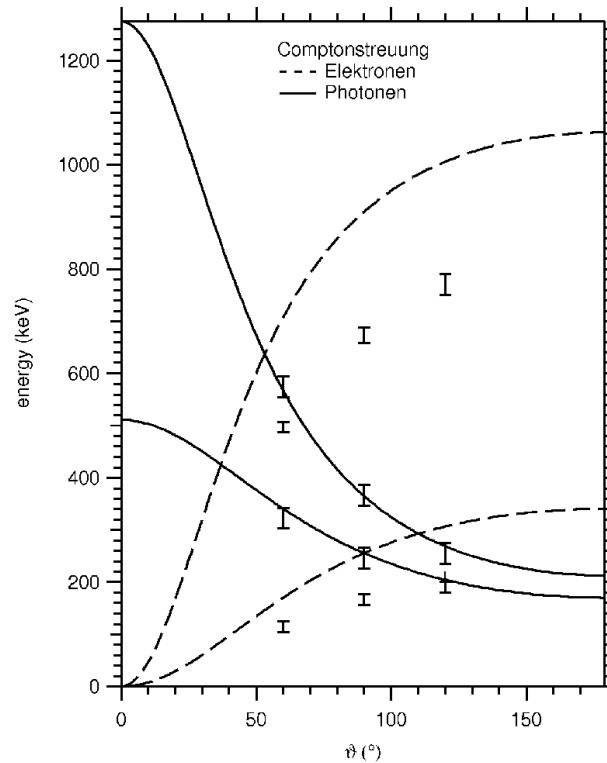


Abb. 13: Vergleich der Messdaten mit der theoretischen Vorhersage

5 Zusammenfassung

Insgesamt haben wir bei diesem Versuch erfolgreich und mit hoher Genauigkeit den Comptoneffekt wie erwartet nachweisen können. Einzige Einschränkung ist der deutliche systematische Fehler am Elektronenzähler. Es wäre sinnvoll den Zähler für die stärkere Quelle neu zu kalibrieren.

Literatur

- [1] DEMTRÖDER, Wolfgang: *Experimentalphysik 3*. Springer, Berlin, 2005
- [2] MARMIER, Pierre: *Kernphysik*. Bd. 1. Verlag der Fachvereine, Zürich, 1960
- [3] WOLLERSHEIM, H. J.: *Kernphysik Skript*. – URL <http://www-linux.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/kern.html>