

# Bericht zum Versuch

## Mößbauereffekt-Spektroskopie

Anton Haase, Michael Goerz

6. November 2006

FREIE UNIVERSITÄT BERLIN  
Fortgeschrittenenpraktikum Teil A  
Tutor: P. West

### Inhalt

<b>1 Einführung</b>	<b>2</b>
1.1 Der Mößbauereffekt . . . . .	2
1.1.1 Natürliche Linienbreite . . . . .	2
1.1.2 Dopplerverschiebung . . . . .	3
1.1.3 Rückstoßverschiebung . . . . .	3
1.2 Thermische Rotverschiebung . . . . .	3
1.3 Debye-Waller-Faktor . . . . .	4
1.4 Spektroskopie . . . . .	4
1.4.1 Isomerieverschiebung . . . . .	4
1.4.2 Magnetische Dipolwechselwirkung . . . . .	5
1.4.3 Quadrupolwechselwirkung . . . . .	5
<b>2 Fragestellung</b>	<b>7</b>
<b>3 Versuchsaufbau und Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1 Eichung des Mößbauerantriebs . . . . .	7
4.2 Hinweis zur Fehlerberechnung . . . . .	8
4.3 Messung an $\text{Fe}^{3+}$ und $\text{Fe}^{2+}$ . . . . .	9
4.3.1 Isomerieverschiebung von $\text{Fe}^{3+}$ und $\text{Fe}^{2+}$ . . . . .	9
4.3.2 Quadrupolaufspaltung . . . . .	9
4.3.3 Elektronendichten am Kernort . . . . .	11
4.3.4 Vergleich der Quadrupolaufspaltungen . . . . .	11
4.4 Messung an $^{57}\text{Fe}$ . . . . .	11
4.4.1 Isomerieverschiebung . . . . .	12
4.4.2 Magnetisches Moment im angeregten Zustand . . . . .	12
4.4.3 Magnetisches Hyperfeinfeld am Kernort . . . . .	13
4.5 Thermische Rotverschiebung an $\text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6] \cdot 3 \text{H}_2\text{O}$ . . . . .	13
<b>5 Zusammenfassung</b>	<b>15</b>

# 1 Einführung

## 1.1 Der Mößbauereffekt

Unter dem 1958 von Rudolf L. Mößbauer entdeckten Mößbauereffekt [3] versteht man die Absorption und anschließende Emission von Gammaquanten in einem Atomkern. Das dahinterstehende Prinzip ähnelt sehr stark der Absorption und Emission von Lichtquanten in den Elektronenhüllen bestimmter Elemente (Fluoreszenz). Beim Auftreffen eines Gammaquants mit der Energie  $E_\gamma$  auf einen Atomkern, kann es unter der Bedingung, dass die Energiedifferenz zwischen dem Grundzustand des Kerns und dem ersten angeregten Zustand gerade  $E_\gamma$  beträgt, mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zu einer Absorption des Quants kommen. Der nun angeregte Kern wird nach einer isotopspezifischen Lebensdauer wieder in den Grundzustand zurückkehren und dabei wiederum ein Gammaquant gleicher Energie in eine beliebige Raumrichtung emittieren. Der Nachweis einer solchen Absorption erfolgt entweder durch Messung der emittierten Quants, und/oder durch Messung der in der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung fliegenden Gammaquants, welche nun teilweise absorbiert wurden (siehe Abb. 1). Aus den Messdaten erhält man so je nach Messmethode Emissions- bzw. Absorptionslinien.

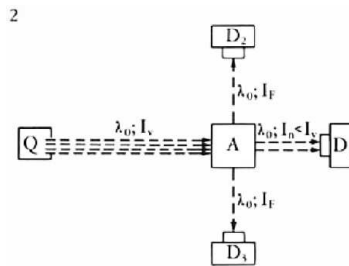


Abb. 1: Messung des Mößbauereffekts (aus [1])

### 1.1.1 Natürliche Linienbreite

Die Energie der aus Kernübergängen gewonnenen Gammaquanten unterliegt bei Emission und Absorption stets einer statistischen Verteilung (Lorentzverteilung), wie sie gemäß der Heisenbergschen Unschärferelation

$$2 \cdot \Delta E \cdot \Delta \tau \geq \hbar \quad (1)$$

unvermeidbar ist. Die so entstehende Breite einer Spektrallinie wird Natürliche Linienbreite genannt und hängt gemäß Gl. (1) unmittelbar mit der Lebensdauer  $\tau$  des angeregten Zustands zusammen. Sie wird mathematisch mit  $\Gamma_0 = \frac{\hbar}{\tau}$  wie folgt beschrieben:

$$P(E) = \frac{1}{(E - E_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_0}{2}\right)^2} \quad (2)$$

Der Parameter  $\Gamma_0$  gibt gleichzeitig das FWHM an (vergl. Abb. 2).

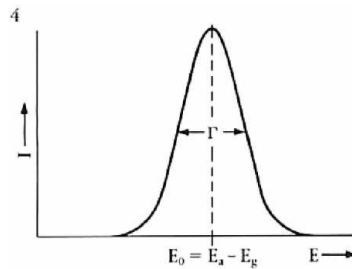


Abb. 2: Lorentzverteilung (aus [1])

### 1.1.2 Dopplerverschiebung

Auf Grund der sehr scharfen Emissionslinien beim Mößbauereffekt kann der Einfluss kleiner Energieverschiebungen nicht vernachlässigt werden. Existiert beispielsweise zwischen Emitter, also dem jeweiligen Kern, und Detektor eine Relativgeschwindigkeit, so kommt es auf Grund der zusätzlichen kinetischen Energie zu einer Dopplerverschiebung der Emissionslinie in positive oder negative Richtung auf der Energieskala.

### 1.1.3 Rückstoßverschiebung

Ein weiterer nicht zu vernachlässigender Effekt ist die sog. Rückstoßverschiebung. Bei Emission (und Absorption) eines Gammaquants muss dessen Impuls aus Impulserhaltungsgründen vom Kern aufgenommen werden. Ein Teil der zur Verfügung stehenden Energie muss also als kinetische Energie des Kerns aufgewandt werden, so dass es wiederum zu einer Verschiebung der Emissions- bzw. Absorptionslinie auf der Energieachse kommt. Diese Rückstoßenergie wird gemäß Gl. (3) quantifiziert, wobei  $E_0$  die Übergangsenergie bezeichnet.

$$E_R = \frac{E_0^2}{2mc^2} \quad (3)$$

Der Effekt kann jedoch verhindert werden, wenn der jeweilige Atomkern in einem Kristallgitter eingebettet ist, das den Impuls des Quants absorbiert (vergl. Abschnitt 1.3). In einem solchen Fall wird von rückstoßfreier Emission (Absorption) gesprochen.

## 1.2 Thermische Rotverschiebung

Eine weitere Verschiebung der Energie des Gammaquants wird durch das thermische Zittern der Atome im Gitter bewirkt. Dieses ist so schnell, dass es eine relativistische Änderung der ausgestrahlten Frequenz gemäß

$$\nu' = \nu \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad (4)$$

gibt.

Die Geschwindigkeit  $u$  hängt direkt von der Temperatur ab, je größer diese, desto stärker ist auch die Verschiebung.

### 1.3 Debye-Waller-Faktor

Wie oben bereits erwähnt, kann es zur Resonanzabsorption nur dann kommen, wenn Emission und Absorption des Gammaquants rückstoßfrei erfolgen. Dies wird dadurch gewährleistet, dass die Atome fest in ein Gitter, also einen makroskopischen Festkörper, eingebettet sind. Mit seiner um Größenordnungen größerer Masse absorbiert dieser den Impuls, ohne dass es zur Rückstoßverschiebung kommt. Diese Betrachtung ist allerdings nur gültig, wenn keine Phonenschwingungen (Gitterschwingungen) angeregt werden. Das Debye-Modell beschreibt über den Debye-Waller-Faktor die Wahrscheinlichkeit für die Anregung von Gitterschwingungen in Abhängigkeit von der Rückstoßenergie  $E_r$  und der Temperatur. Mit der Debye-Temperatur  $\Theta = \hbar\omega_D/k$  erhält man (nach [2, S. 106]):

$$f = \exp \left[ -\frac{3E_r}{2k\Theta} \left( 1 + \frac{4T^2}{\Theta^2} \int_0^{\Theta/T} dx \frac{x}{e^x - 1} \right) \right]$$

$$\approx \exp \left[ \frac{E_r}{k\Theta} \left( \frac{3}{2} + \frac{\pi^2 T^2}{\Theta^2} \right) \right] \quad \text{für } T \leq \Theta \quad (5)$$

Aufgrund der quadratischen Abhängigkeit des Exponenten von der Temperatur sowie der in 1.2 behandelten thermischen Verschiebung ist es sinnvoll, Emitter und Absorber möglichst weit herunterzukühlen.

### 1.4 Spektroskopie

Durch die geschickte Ausnutzung des oben beschriebenen Effekts hat man ein sehr genaues Werkzeug zur Untersuchung von Hyperfeinwechselwirkungen in Atomkernen an der Hand. Der schematische Aufbau eines solchen Spektrographen ist in Abb. 3 gezeigt. Als Quelle für die Gammaquanten wird in unserem Experiment ein durch K-Einfang am  $^{57}\text{Co}$  erzeugter angeregter  $^{57}\text{Fe}$  Kern verwendet, der nach einer mittleren Lebensdauer von  $\tau \approx 10^{-7}$  s in den Grundzustand übergeht. Das so emittierte Quant trifft auf Proben (Absorber), in denen wiederum ein  $^{57}\text{Fe}$  Kern im Grundzustand in unterschiedlicher chemischer Umgebung vorhanden ist. Im Falle der rückstoßfreien Emission und Absorption sollte es so bei der Relativgeschwindigkeit Null zu maximaler Resonanz kommen. Die in Abschnitt 1.1.2 beschriebene Verschiebung der Linien durch eine von Null verschiedene Relativgeschwindigkeit macht man sich an dieser Stelle zu nutze, um die Linie des Absorbers abzutasten. Zu diesem Zweck wird die Quelle mit bekannter Frequenz periodisch bewegt, um so verschiedene Relativgeschwindigkeiten und somit verschiedene Energiebereiche abtasten zu können. Immer wenn sich Emissionslinie der Quelle und (eine) der Absorptionslinie(n) der Probe überlagern, kommt es zu einer messbaren Resonanz. Man erhält so ein Absorptionsspektrum der Probe, dessen Auflösung im Idealfall im Bereich der natürlichen Linienbreite der beteiligten Übergänge liegt.

#### 1.4.1 Isomerieverschiebung

Das oben beschriebene Auftreten einer Resonanz bei verschwindender Relativgeschwindigkeit erfolgt nur dann, wenn der Kern sich in Quelle und Absorber in

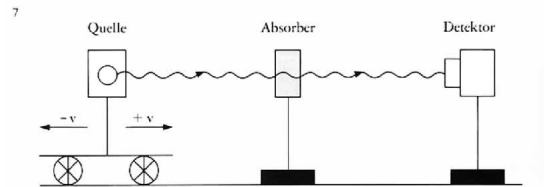


Abb. 3: Modell eines Spektrographen (aus [1])

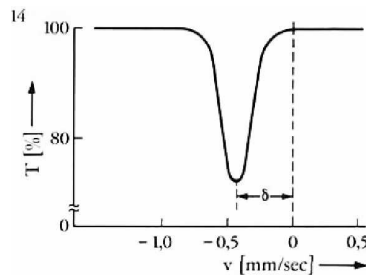


Abb. 4: Isomerieverschiebung einer Linie (aus [1])

gleicher chemischer Umgebung befindet. Die energetische Höhe der Niveaus wird jedoch erheblich durch die elektrische Monopolwechselwirkung von Elektronen am Kern und dem Kern selbst beeinflusst. Die dabei auftretende Coulombenergie führt zu einer weiteren Verschiebung der Linien, die man Isomerieverschiebung  $\delta$  nennt (siehe Abb. 4).

$$\delta = E_A - E_S \quad (6)$$

Dabei bezeichnet  $E_A$  die Energie des Übergangs am Absorber und  $E_S$  die Energie des Übergangs an der Quelle.

#### 1.4.2 Magnetische Dipolwechselwirkung

Besitzt der spektroskopierte Kern ein magnetisches Moment  $\mu$ , so kommt es zu einer Aufspaltung der Kernenergieniveaus bezüglich der magn. Quantenzahl des Kernspins, die mit Hilfe des beschriebenen Spektrographen aufgelöst werden kann. Die Aufspaltung im Falle von  $^{57}\text{Fe}$ , sowie das beobachtbare Spektrum ist in Abb. 5 gezeigt. Da es sich um eine bezüglich des ursprünglichen Niveaus symmetrische Aufspaltung handelt, kann die Isomerieverschiebung aus der Differenz zwischen verschwindender Relativgeschwindigkeit und der Symmetrieachse des Spektrums abgelesen werden.

#### 1.4.3 Quadrupolwechselwirkung

Sofern am Kernort ein inhomogenes elektrisches Feld existiert, kommt es neben der magnetischen Dipolwechselwirkung auch zu einer Aufspaltung der Niveaus auf Grund der Wechselwirkung des Quadrupolmoments des Kerns mit dem elektrischen Feld. Die Aufspaltung tritt an allen Niveaus mit Kernspin  $I > 1/2$  bezüglich der magn. Quantenzahl  $m_I$  des Spins auf und führt bei  $^{57}\text{Fe}$  zu einem in Abb. 6 dargestellten Spektrum.

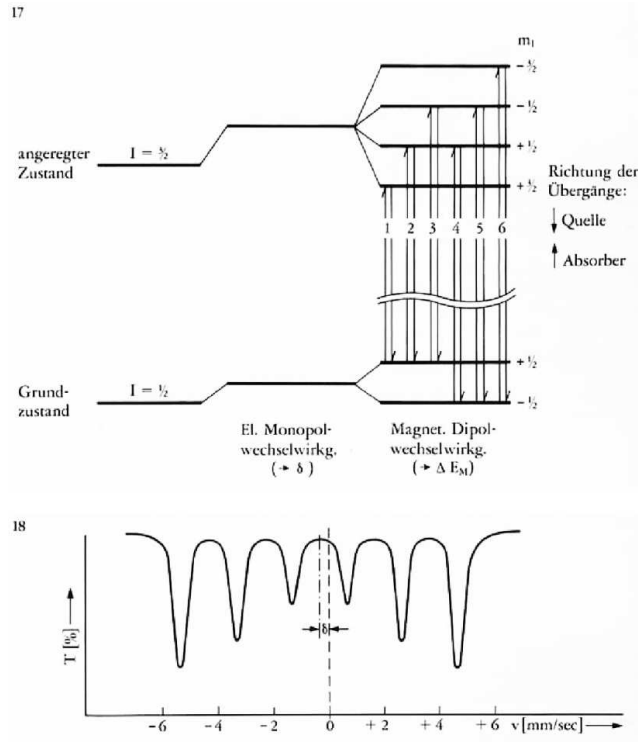


Abb. 5: Aufspaltung von  $^{57}\text{Fe}$  auf Grund der magnetischen Dipolwechselwirkung (aus [1])

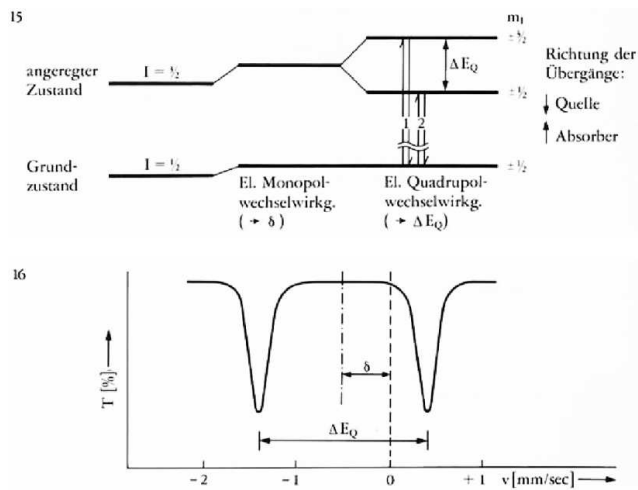


Abb. 6: Quadrupolaufspaltung (aus [1])

## 2 Fragestellung

Ziel des Versuches ist die Untersuchung der Energieaufspaltungen auf Grund der Hyperfeinwechselwirkung (Quadrupolaufspaltung und magnetische Wechselwirkung) in  $\text{Fe}^{3+}$ ,  $\text{Fe}^{2+}$  und  $^{57}\text{Fe}$ , sowie die Beobachtung der thermischen Rotverschiebung an  $\text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6] \cdot 3 \text{H}_2\text{O}$  mittels der Mößbauerspektroskopie.

## 3 Versuchsaufbau und Durchführung

Wir haben den Versuch zu Beginn bereits vollständig aufgebaut und betriebsbereit vorgefunden. Der Aufbau bestand aus dem Quellstrahler, welcher auf dem Geschwindigkeitsgeber montiert war. Darüber befanden sich die in Plexiglasscheiben eingefassten Proben und das Zählrohr, welches zur Detektion des Absorptionsspektrums verwendet wurde. Zur Einstellung der Spannung für den Geschwindigkeitsgeber war eine Niederspannungsquelle (meV Bereich) und ein Oszilloskop vorhanden. Die exakte Einstellung der Spannung erfolgte über ein zusätzliches Gerät, da die Messung des Effektivwertes am Oszilloskop zu ungenau gewesen wäre. Die Bestimmung der Fehler in der Spannung erfolgte mittels Vergleich des Spannungssignals mit dem Signal des Fehlerkanals auf dem Oszilloskop. Die Zählimpulse wurden von der Mößbauereinheit an einen Computer weitergeleitet, der sie in Synchronisation mit der Momentangeschwindigkeit in 256 Kanälen registrierte und abspeicherte.

Am Anfang war die Eichprobe  $\text{Na}_2[\text{Fe}^-(\text{CN})_5\text{NO}] \cdot \text{H}_2\text{O}$  bereits in die Apparatur eingesetzt und die Messung gestartet. Das Messprogramm zeichnete die detektierten Gammaquanten pro Kanal auf und stellte sie graphisch dar. Nach ca. 60 Minuten haben wir den Messvorgang unterbrochen und die gewonnenen Daten mittels einer dafür vorgesehenen Software ausgewertet. Aus den gewonnenen Daten haben wir die Eichung des Geschwindigkeitsbereichs errechnet und in die Konfigurationsdateien für die Auswertung eingetragen. Eine erneute Auswertung der Daten bestätigte den vorgegebenen Wert für die bekannte Quadrupolaufspaltung und ermöglichte uns die Kontrolle der ebenfalls bekannten Isomerieverschiebung (siehe dazu auch Abschnitt 4.1).

Für jede Probe wurde von uns erneut die Spannung für den Geschwindigkeitsgeber und der zugehörige Fehler eingestellt bzw. errechnet. Wir haben jeweils eine Messung durchgeführt und diese vom Computer auswerten lassen.

## 4 Auswertung

### 4.1 Eichung des Mößbauerantriebs

Für die Eichprobe konnten wir mittels Dreisatz aus den Werten unserer Vorgänger und unserer Messung (Spannung bei  $U_{\text{eff}} = (50.25 \pm 0.44) \text{ mV}$ ) den in Gl. (7) angegebenen Wert für den Geschwindigkeitsbereich errechnen.

$$v = \frac{v_{\text{alt}}}{q_{\text{alt}}} \cdot q_{\text{theo}} = (2.01980 \pm 0.00071) \text{ mm/s} \quad (7)$$

Dabei entspricht  $q_{\text{alt}}$  und  $q_{\text{theo}}$  den jeweiligen Quadrupolaufspaltungen.

Mit dieser Einstellung haben wir in einer weiteren Auswertung der Messdaten eine Isomerieverschiebung von

$$\delta = (-0.37427 \pm 0.00013) \text{ mm/s}$$

bestimmen können. Dies stimmt mit dem im Skript gegebenen Wert überein. Die negative Verschiebung ist (qualitativ) auch unmittelbar aus dem zugehörigen Eichspektrum in Abb. 7 zu erkennen. Das Vorzeichen der Geschwindigkeit beim Start war somit positiv.

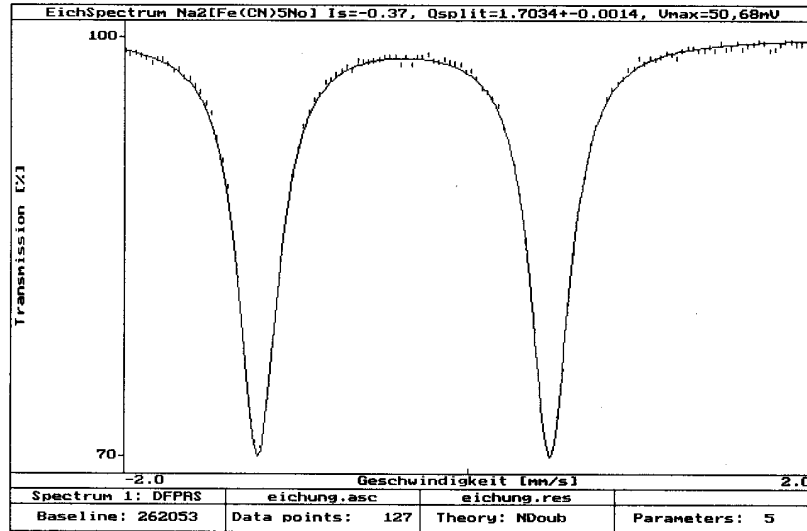


Abb. 7: Na<sub>2</sub>[Fe<sup>-</sup>(CN)<sub>5</sub>NO]·H<sub>2</sub>O Eichspektrum

Mit dem nun bekannten Geschwindigkeitsbereich und der effektiven Spannung lässt sich unter der Annahme eines linearen Zusammenhangs der Kalibrierungsfaktor  $k$  für die Bestimmung der Geschwindigkeitsbereiche der restlichen Messungen ermitteln.

$$k = \frac{v}{U_{\text{eff}}} = 0.0401950 \frac{\text{m}}{\text{Vs}} \quad (8)$$

## 4.2 Hinweis zur Fehlerberechnung

Der Fehler der Effektivspannung setzt sich bei allen Messungen aus dem Gerätefehler

$$\delta U^{(g)} = 0.3\%$$

und dem vom Oszilloskop abgelesenen Schwankungsfehler  $\delta U^{(s)}$

$$\delta U = \delta U^{(g)} + \delta U^{(s)}$$

zusammen. Die Formel für den Fehler des Geschwindigkeitsbereichs für eine einzelne Messung ist

$$\Delta v = \Delta U \cdot k \quad (9)$$



Dabei ist  $k$  der Kalibrierungsfaktor. Für die Messgrößen  $x_v$  (wobei  $x = v, \delta, q$ ), die vom Computer in der Einheit  $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$  ausgewertet wurden, muss zu obiger Formel noch der statistische Fehler  $\Delta x^{(s)}$  hinzuaddiert werden:

$$\Delta x_v = \Delta x^{(s)} + x_v \cdot \delta U \quad (10)$$

### 4.3 Messung an $\text{Fe}^{3+}$ und $\text{Fe}^{2+}$

Für die Messung am Eisen haben wir den Geschwindigkeitsbereich durch Variation der Effektivspannung  $U_{\text{eff}} = (100.32 \pm 0.59) \text{ mV}$  auf

$$v = (4.03236 \pm 0.02361) \text{ mm/s}$$

verändert.

#### 4.3.1 Isomeriewerschiebung von $\text{Fe}^{3+}$ und $\text{Fe}^{2+}$

In der anschließend durchgeführten Datenaufnahme haben wir die Spektren von  $\text{Fe}^{3+}$  und  $\text{Fe}^{2+}$  gespeichert und nach der Auswertung die folgenden Geschwindigkeits- bzw. Energiewerte für die Isomeriewerschiebung relativ zur Quelle erhalten (vergl. Abb. 8 ( $\text{Fe}^{3+}$ ), Abb. 9 ( $\text{Fe}^{2+}$ )):

$$\begin{aligned} \delta_{\text{Fe}^{3+}} &= (0.29950 \pm 0.00607) \text{ mm/s} \\ &= (1.4386 \pm 0.02918) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \\ \delta_{\text{Fe}^{2+}} &= (1.15423 \pm 0.00991) \text{ mm/s} \\ &= (5.54415 \pm 0.04760) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \end{aligned}$$

Aus der Differenz dieser Werte erhält man sofort die Isomeriewerschiebung relativ zueinander.

$$\begin{aligned} \delta_{\text{Fe}^{2+}} - \delta_{\text{Fe}^{3+}} &= (0.85473 \pm 0.00309) \text{ mm/s} \\ &= (4.10555 \pm 0.01482) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \end{aligned}$$

Die Bestimmung der Energien erfolgte durch Multiplikation der Werte (Geschwindigkeitseinheit) mit dem Faktor  $E_{\text{faktor}} = \frac{E_0}{c}$ , wobei  $E_0 = 14.4 \text{ keV}$  und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit ist (siehe auch [1]).

#### 4.3.2 Quadrupolaufspaltung

Die Auswertung der Quadrupolaufspaltungen (hier mit  $Q$  bezeichnet) erfolgte analog direkt aus den abgebildeten Ergebnissen.

$$\begin{aligned} Q_{\text{Fe}^{3+}} &= (0.6296 \pm 0.0112) \text{ mm/s} \\ &= (3.02418 \pm 0.05364) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \\ Q_{\text{Fe}^{2+}} &= (2.91211 \pm 0.02135) \text{ mm/s} \\ &= (13.9878 \pm 0.1025) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \end{aligned}$$

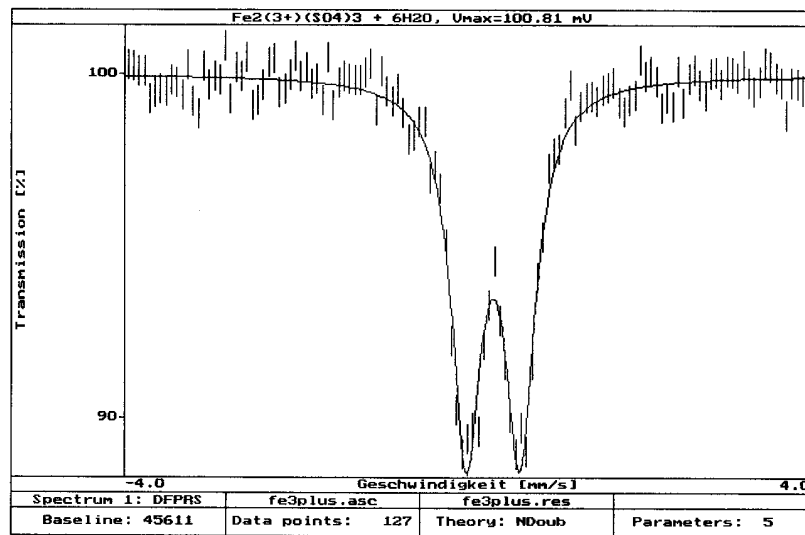


Abb. 8: Messung am Fe<sup>3+</sup>

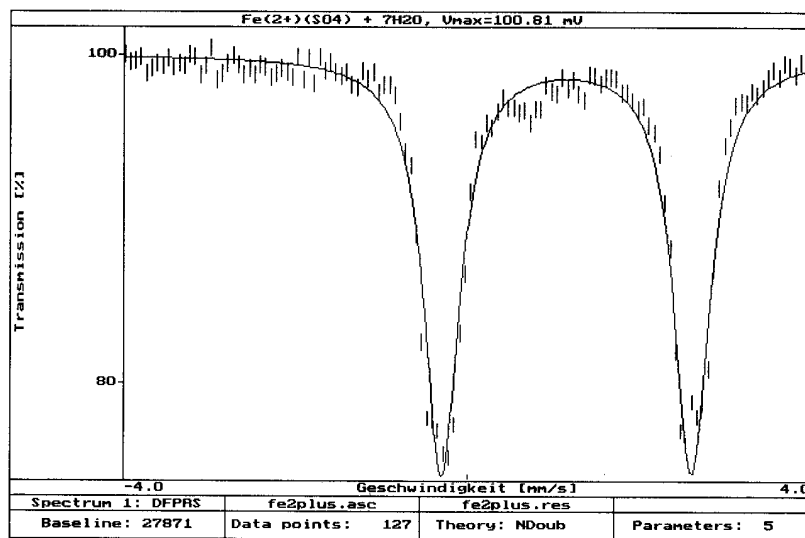


Abb. 9: Messung am Fe<sup>2+</sup>

### 4.3.3 Elektronendichten am Kernort

Die Bestimmung der Ladungsdichte am Kernort erfolgte unter Benutzung der folgenden Formel (aus [4]).

$$\delta = \frac{2\pi}{5} Z e^2 \left( |\Psi(0)|_{\text{Fe}^{2+}}^2 - |\Psi(0)|_{\text{Fe}^{3+}}^2 \right) \cdot (R_{\text{ex}}^2 - R_{\text{gd}}^2) \quad (11)$$

$$\Rightarrow \left( |\Psi(0)|_{\text{Fe}^{2+}}^2 - |\Psi(0)|_{\text{Fe}^{3+}}^2 \right) = \frac{5\delta}{2\pi Z e^2 (R_{\text{ex}}^2 - R_{\text{gd}}^2)} \quad (12)$$

Das Einsetzen der gemessenen und gegebenen Werte ergibt

$$\Rightarrow \left( |\Psi(0)|_{\text{Fe}^{2+}}^2 - |\Psi(0)|_{\text{Fe}^{3+}}^2 \right) = (-1.937 \pm 0.007) \cdot 10^{31} \text{ m}^{-3}$$

Aus dem negativen Ergebnis für die Differenz der Elektronendichten am Kernort folgt sofort, dass die Dichte bei  $\text{Fe}^{3+}$  höher sein muss. Betrachtet man die Elektronenkonfiguration von Eisen, so erkennt man, dass  $\text{Fe}^{3+}$  ein d-Elektron weniger hat als  $\text{Fe}^{2+}$ . Damit ist der Abschirmungseffekt durch dieses d-Elektron nicht mehr vorhanden und die Elektronen rücken insgesamt dichter zum Kern.

### 4.3.4 Vergleich der Quadrupolaufspaltungen

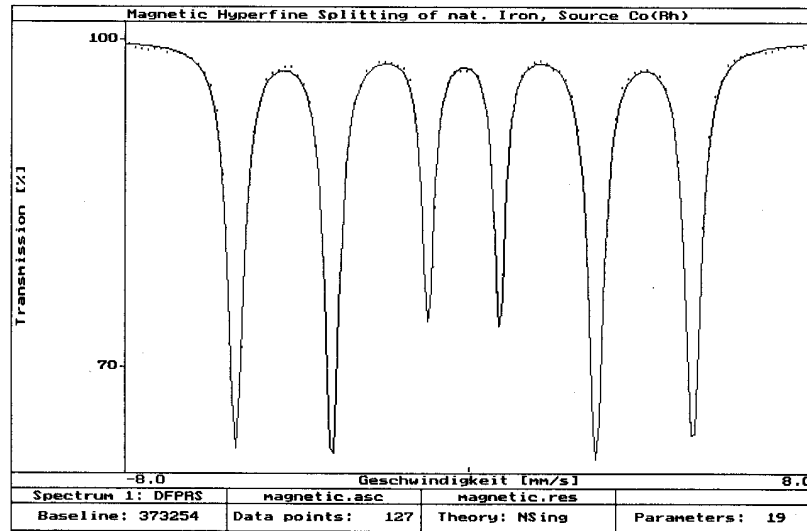
Wie man den Gleichungen (11) und (11) leicht entnehmen kann, ist die Quadrupolaufspaltung bei  $\text{Fe}^{2+}$  deutlich höher. Der Grund dafür liegt wiederum in der Elektronenkonfiguration.  $\text{Fe}^{3+}$  besitzt sechs d-Valenzelektronen. Damit existieren gemäß der Hundschen Regel fünf Valenzelektronen mit Spin-Up und ein Valenzelektronen mit Spin-Down. Die Asymmetrie dieser Anordnung führt zu einem höheren Feldgradienten am Kernort, als es bei fünf Valenzelektronen mit Spin-Up der Fall ist ( $\text{Fe}^{3+}$ ).

## 4.4 Messung an $^{57}\text{Fe}$

Die Messung am  $^{57}\text{Fe}$  erfolgte bei einer Spannung von  $U_{\text{eff}} = (231.54 \pm 1.27347) \text{ mV}$ , was einem Geschwindigkeitsbereich von  $v = (9.30675 \pm 0.05119) \text{ mm/s}$  entspricht.

Die sechs Peaks liegen bei den Werten

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (-5.43695 \pm 0.03070) \text{ mm/s} \\ &= (-26.1155 \pm 0.1474) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \\ \delta_2 &= (-3.18770 \pm 0.01824) \text{ mm/s} \\ &= (-15.3116 \pm 0.0876) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \\ \delta_3 &= (-0.95535 \pm 0.00641) \text{ mm/s} \\ &= (-4.58886 \pm 0.03081) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \\ \delta_4 &= (0.71778 \pm 0.00490) \text{ mm/s} \\ &= (3.44773 \pm 0.02353) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \\ \delta_5 &= (2.96394 \pm 0.01707) \text{ mm/s} \\ &= (14.2368 \pm 0.08200) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \\ \delta_6 &= (5.21677 \pm 0.02944) \text{ mm/s} \\ &= (25.0579 \pm 0.14142) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \end{aligned}$$

Abb. 10: Messung am  $^{57}\text{Fe}$ 

#### 4.4.1 Isomeriewerschiebung

Die Isomeriewerschiebung kann in diesem Fall als Mittelwert der sechs Verschiebungen berechnet werden:

$$\begin{aligned} \delta_{(^{57}\text{Fe})} &= \sum_{i=1}^6 \frac{\delta_i}{6} & (13) \\ &= (-0.114 \pm 0.018) \text{ mm/s} \\ &= (-5.46 \pm 0.85) \cdot 10^{-9} \text{ eV} \end{aligned}$$

Da dieser Wert negativ ist (und die Differenz der Kernradien ebenfalls), muss die Elektronendichte am Kernort gemäß der Formel

$$\delta_{(^{57}\text{Fe})} = \frac{2\pi}{5} Z e^2 \left( |\Psi(0)|_A^2 - |\Psi(0)|_Q^2 \right) \cdot (R_{\text{ex}}^2 - R_{\text{gd}}^2) \quad (14)$$

innerhalb des Absorbers größer sein.

#### 4.4.2 Magnetisches Moment im angeregten Zustand

Die Wechselwirkungsenergie von einem magnetischen Moment mit einem (externen) Magnetfeld ist durch

$$\Delta E = -\mu \cdot B \quad (15)$$

gegeben. Daraus ergeben sich die Formeln für die Energieverschiebung im Grundzustand (Kernspin  $I = 1/2$ ), sowie dem angeregten Zustand (Kernspin  $I = 3/2$ ).

$$\Delta E_{\text{gd}} = -2\Delta m_I \mu_{\text{gd}} B \quad (16)$$

$$\Delta E_{\text{ex}} = -\frac{2}{3}\Delta m_I \mu_{\text{ex}} B \quad (17)$$

Das magnetische Moment im Grundzustand ist bekannt und die Energien lassen sich direkt aus dem Spektrum in Abb. 10 ablesen. Die Umformung der Gleichungen (16) und (17) ergibt die Formel zur Berechnung des magnetischen Moments im angeregten Zustand.

$$\mu_{\text{ex}} = 3 \frac{\Delta E_{\text{ex}}}{\Delta E_{\text{gd}}} \mu_{\text{gd}} \quad (18)$$

Dabei gilt

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{gd}} &= (-1.883 \pm 0.011) \cdot 10^{-7} \text{ eV} \\ \Delta E_{\text{ex}} &= (1.082 \pm 0.022) \cdot 10^{-7} \text{ eV} \end{aligned}$$

und somit schließlich

$$\mu_{\text{ex}} = (-0.156 \pm 0.010) \text{ Kernmagnetonen} \quad (19)$$

#### 4.4.3 Magnetisches Hyperfeinfeld am Kernort

Das magnetische Hyperfeinfeld erhält man unmittelbar durch Umstellen von Gl. (16). Das Einsetzen der soeben berechneten Werte ergibt unter der Verwendung von 1 Kernmagneton  $= \frac{e\hbar}{2m_p}$

$$B = (33.0 \pm 0.2) \text{ T}$$

Das errechnete Magnetfeld wäre für makroskopische Verhältnisse enorm groß. Betrachtet man jedoch die Abmessungen des Kerns und der Elektronenhülle, so erscheint der Wert dennoch realistisch. Die Ursache des Magnetfeldes liegt primär in den 3d Elektronen, welche einen nicht-verschwindenden Gesamtdrehimpuls und somit ein magnetisches Moment besitzen. Kleinere Beträge kommen zusätzlich von Wechselwirkungen unter den übrigen Elektronen.

Die Extrapolation des Magnetfeldes auf eine Temperatur von  $T = 0 \text{ K}$  ist unter der Annahme der Proportionalität des Feldes zur Magnetisierung gerade durch

$$B_{0\text{K}} = B_{293\text{K}} \sqrt{\frac{T_C}{T_C - T}} \quad (20)$$

gegeben, wobei

$$\begin{aligned} T &= 293\text{K} \\ T_C &= 1043\text{K} \end{aligned}$$

gilt. Das Einsetzen des zuvor ermittelten Wertes ergibt dann

$$B_{0\text{K}} = (38.9 \pm 0.2) \text{ T}$$

#### 4.5 Thermische Rotverschiebung an $\text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6] \cdot 3 \text{ H}_2\text{O}$

Die Messung an  $\text{K}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6] \cdot 3 \text{ H}_2\text{O}$  erfolgte bei deutlich geringerem Geschwindigkeitsbereich ( $U_{\text{eff}} = (20.18 \pm 0.34) \text{ mV}$ ,  $v = (0.811 \pm 0.014) \text{ mm/s}$ ). Die Probe

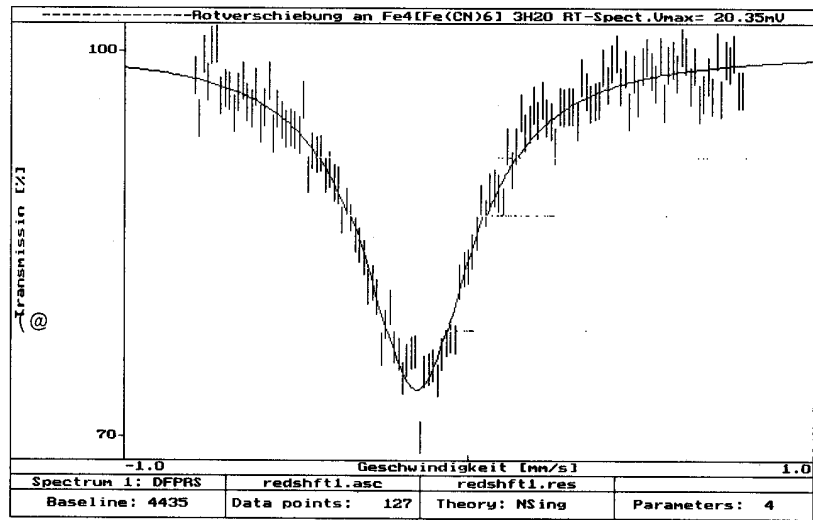


Abb. 11: Messung bei Raumtemperatur

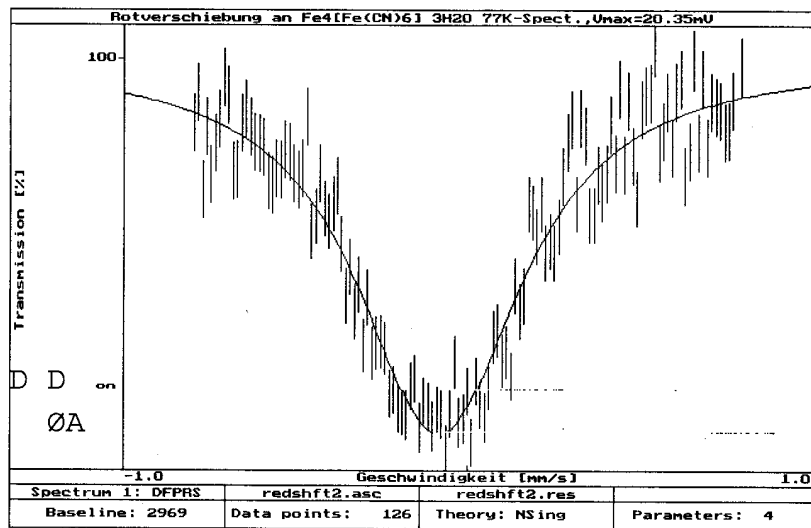


Abb. 12: Messung bei 77 K

befand sich innerhalb eines isolierenden Behälters und wurde sowohl bei Zimmertemperatur als auch bei  $T = 77\text{ K}$  untersucht (Kühlung mit flüssigem Stickstoff). Die Resultate der Messungen sind im folgenden aufgeführt.

$$\begin{aligned}\delta_{293\text{K}} &= (-0.1488 \pm 0.0054) \text{ mm/s} \\ &= (-0.715 \pm 0.026) \cdot 10^{-8} \text{ eV} \\ \delta_{77\text{K}} &= (-0.0827 \pm 0.0065) \text{ mm/s} \\ &= (-0.397 \pm 0.031) \cdot 10^{-8} \text{ eV}\end{aligned}$$

Die thermische Rotverschiebung ergibt sich somit aus der Differenz beider Werte.

$$\begin{aligned}\delta_{293\text{K}} - \delta_{77\text{K}} &= (-0.066 \pm 0.021) \text{ mm/s} \\ &= (-0.318 \pm 0.099) \cdot 10^{-8} \text{ eV}\end{aligned}$$

Theoretisch wird die Energieverschiebung (thermische Rotverschiebung) durch

$$\frac{\Delta E}{\Delta T} = -\frac{c_m E_0}{2MN_A} \quad (21)$$

quantifiziert, wobei gemäß der Dulong-Petitschen Regel  $c_m = 3R$  gilt. Das Einsetzen der Werte ergibt

$$\Delta E = 0.76 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$$

Die Werte sind somit signifikant unterschiedlich. Der Grund dafür liegt in dem begrenzten Gültigkeitsbereich der Dulong-Petitschen Regel, da für sehr kleine Temperaturen  $c_m < 3R$  gilt. Der experimentelle Wert ist deutlich kleiner, als die theoretische Erwartung. Dies lässt sich nur damit erklären, dass bestimmte Phononenzustände bei zu geringer Temperatur nicht angeregt werden können und somit nicht wie eigentlich erwartet zur Verschiebung beitragen.

## 5 Zusammenfassung

Unser Experiment hat deutlich gezeigt, dass die Ausnutzung des Mößbauereffekts für spektroskopische Zwecke in beeindruckender Weise möglich ist. Wir waren in der Lage Energiedifferenzen in der Größenordnung von bis zu  $10^{-9} \text{ eV}$  auszumessen.

Um akkurate quantitative Ergebnisse zu erreichen, ist eine sorgfältige Eichung der Apparatur jedoch unerlässlich und damit Hauptursache von Messfehlern. Der Fehler von Spannungsgeber und Mößbauerantrieb geht also entscheidend in die Messwerte ein und wurde daher von uns großzügig angesetzt. Der Einfluss des statistischen Fehlers auf unsere Ergebnisse ist im Praktikumsversuch ebenfalls nicht zu vernachlässigen, obwohl sich dieser Faktor leicht durch längere Messzeiten umgehen ließe. Die Messung von temperaturabhängigen Größen unterliegt selbstverständlich zusätzlichen Fehlereinflüssen, durch Änderung der Temperatur während der Messung, insbesondere bei der Arbeit in extrem tiefen Temperaturbereichen. Der verwendete flüssige Stickstoff hat außerdem die Eigenschaft einen Großteil der Strahlung zu absorbieren und trägt somit zu einer schlechten Statistik bei.

Insgesamt ist der Versuch im Sinne der Zielsetzung jedoch als Erfolg zu werten.

## Literatur

- [1] GÜTLICH, Philipp: Physikalische Methoden in der Chemie: Mößbauer-Spektroskopie I. In: *Chemie in unserer Zeit* 4 (1970), S. 133–144
- [2] MAYER-KUCKUK, Theo: *Kernphysik*. 4. 1984
- [3] MÖSSBAUER, Rudolf: Kernresonanzfluoreszenz von Gammastrahlung in Ir191. In: *Zeitschrift für Physik* 151 (1958), S. 124–143
- [4] WERTHEIM, K.: *Mößbauer Effect: Principles and Applications*. Academic Press, 1965