

Isentropenindex

innere Energie:

- ungeordnete Energie und Bindungsenergie
ergeben innere Energie U

1. Hauptsatz der Thermodynamik:

$$dU = T \underset{d\dot{Q}}{ds} + p \underset{d\dot{W}}{dV}$$

Wärmekapazität:

$$c = \frac{dQ}{dT}$$

spezifische Wk: c mit $c = \frac{C}{m}$ molare Wk: C_M mit $C_M = \frac{C}{\nu}$

Allg. Zustandsgl. d. idealen Gases:

$$pV = nRT \quad \text{mit} \quad R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

Poisson-Gleichungen:

Sie beschreiben isentrope Vorgänge
für das ideale Gas.

isentrop

adiabatisch (kein Energie-
austausch, $dQ = Tds = 0$)
 $\Leftrightarrow du = pdv$

reversibel (keine Entropie-
produktion)

$$pV^k = \text{const} \quad ; \quad T \cdot V^{k-1} = \text{const}$$

einsetzen d. Zustandsgl. $pV = nRT$

$$p^{1-k} T^k = \text{const}$$

 k - Isentropenindex, Adiabatenexponent

$$k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\left(\frac{dQ}{dT}\right)_p}{\left(\frac{dQ}{dT}\right)_v}$$

Verhältnis des spez. Wärmes bei const. p
oder const. V

$$pVT = \text{const.}$$

$$p_V(T)$$

$$p_T(V)$$

$$V_p(T)$$

$$V_T(p)$$

$$T_V(p)$$

$$T_p(V)$$

Kinetische Gastheorie:

n ist abhängig von der Anzahl der ^{eines Atoms} Freiheitsgrade. Die "Bewegungsfreiheit" eines Atoms wird durch ~~Bindung eingeschränkt~~.

Für einatomige Gase ist $k = \frac{f+2}{f} = \frac{5}{3}$ 3 Freiheitsgrade
 " zweiatom. " " " 5 Freiheitsgrade
 " dreiatom " " " ^{oder $\frac{7}{2}$} 6 Freiheitsgrade
 (f = Zahl d. Atome
 = Zahl d. Raumrichtungen)

Ableitung der Poisson Gleichungen:

$$dQ = dU + p dV$$

adiabatische Zustandsänderung $dQ = 0$

$$\Rightarrow dU = -p dV \quad ; \quad C = \frac{dQ}{dT} \quad ; \quad C = \frac{dU}{dT}$$

$$\Rightarrow \frac{f}{2} k \cdot dT = -p dV \quad ; \quad C_V = c \cdot M = \frac{f}{2} \nu R$$

$$\Rightarrow \frac{f}{2} \frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V} \quad \Leftrightarrow \quad V \cdot T^{-f/2} = T^{-1/2} \cdot (1/2 - f)$$

$$k = \frac{C_P}{C_V} = \frac{f+2}{f} \quad ; \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\Rightarrow V^{-\frac{f}{2} - 1} = \frac{1}{\nu R} \cdot p \quad \Leftrightarrow \quad p \cdot V^k = \text{const}$$

Heh

Clement-Desormes:

Hier wird statt T p gemessen. Durch schnelle Erwärmung ist der Wärmeaustausch die Wärmekapazität des Gasgefäßes zu vernachlässigen.

p wird mit einem Manometer gemessen.

Untersucht werden die adiabaten

Zustandsänderungen: $p_1, T_1 = T_A$ mit $p_1 > p_A$

$T_A =$ Raumtemperatur; $p_2 = p_A, T_2$

und $(p_3, T_3 = T_A)$

- das Gas hat Überdruck, Temperaturausgleich

findet statt $p_1, T_1 = T_A, p_1 > p_A$

- dann kenn sich der Druck angleichen;

da ein Ventil geöffnet wird. Die

Temperatur sinkt beim Ausdehnen:

$$p_2 = p_A, T_2$$

Die Abnahme von T kann aus der

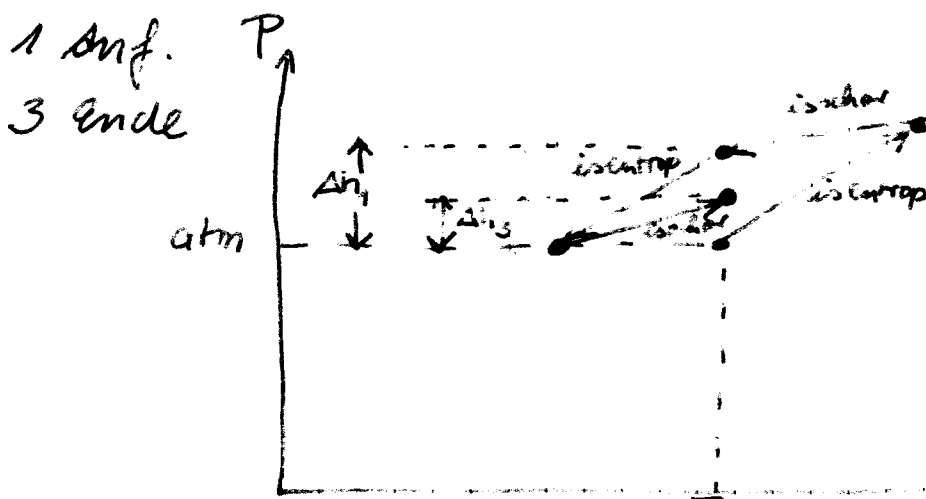
Poissongleichung berechnet werden.

- Erwärmung d. Gases auf $T_A, V = \text{const}$

Berechnung von k aus den Steighöhen

am Manometer

$$k = \frac{dp_a}{dp_a + dp_i} = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2}$$



Flammersfeld-Ruchst:

Das Gas wird mit einem frei beweglichen
Pflöppchen verschlossen. Die Druckänderung
steht im Verhältnis zu der Eigenfrequenz
mit der die Pflöppchen schwingt.

$$\text{Rückstellkonstante } D = -\frac{dF}{dx} = -S \frac{dp}{dx} = \kappa \frac{p_0 S^2}{V}$$

$$\text{Eigenfrequenz } \omega_0^2 = \frac{D}{m} = \kappa \frac{p_0 S^2}{m V}$$

Mit folgender Formel wird der Isentropen-
index bestimmt:

$$\kappa = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{mV}{\rho S^2}$$

2.3.05

Versuch

Durchführende:
Julia Henl, Michael Goetz,
Anton Häuse

Tutor: Hr. Horzel

Geräte:

Glas-Apparatur (Kolben)

	N_2	CO_2	Ar	$\pm 3\sigma$
V/cm^3	1145	1147	1142	$\pm 3\sigma$
Stopfen m/g	4,58	4,50	4,52	$\pm 0,01g$
Stopfen Durchmesser mm	11,40	11,90	11,90	$\pm 0,05mm$

Messung des Luftdrucks am Barometer
im Versuchsaum ($\Delta p_{abs} = 3 hPa$)

Stoppuhr

Lichtschranke

Versuch 2

Fremmesfeld - Ruchst
Freiheitsgrade
 $f = 7$

$$k = \frac{f+2}{f} = \frac{9}{7} = 1,29$$

CO_2	Zuführung gestreckt	Anzahl d. Schwingungen	Zeit, sec
1	200	72,0	$\pm 0,5$
2	100	36,5	
3	100	36,5	
4	150	36,5	
5	200	72,8	
6	100	36,5	
7	100	36,7	
8	100	36,7	
9	200	74,0	
10	200	73,7	
11	200	74,2	
12	200	73,3	

CO₂

neue Messung:

	Anz. d. Schwingungen	Zeit / sec
1	100	30,48 ± 0,50
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Ar	Atomig Anz. d. Schwingungen	Freiheitsgrade $f=3$	$k = \frac{5}{3} = 1,67$	Zeit / sec
1	200			63,2 ± 3,5
2	200			63,4
3	200			63,2
4	200			63,2
(5)	(200)			(64,8)
6	200			63,5
7	200			63,9
8	200			63,8
9	200			63,8
10	200			63,9

Druck der Versuchungsflasche erhöht

Luftdruck $P_{Luft} = 1002 \text{ mbar} \pm 3 \text{ mbar}$

100 Pa = 1 hPa
1 hPa = 1 mbar

$P_{Flasche} = P_{Luft} + P_{Stopfen} = 1400,68 \text{ Pa} = 100599 \text{ Pa}$

$P_{Stopfen} = \frac{F}{A}$ $F = m \cdot g$ $P_{Stopfen} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{m \cdot g}{S} = 398 \text{ Pa}$

N 2 atomig $f = 5$ $k = \frac{7}{5} = 1,40$ Freiheitsgrade

	Ant.d. Schwingungen	Zeit/sec	
1	200	79,5	Schlechtes Schwingungsverhalten
2	200	69,7	
3	200	70,2	
4	200	69,7	
5	200	69,6	
6	200	69,5	
7	200	69,5	
8	200	70,0	
9	200	69,5	
10	200	69,8	

Versuch 1

Clement - Desormes

Luft (N₂O₂)

2 atomig $f = 5$ $k = \frac{7}{5} = 1,40$

$\Delta h_1 = 17$
 $\Delta h_3 = 7$



	h_0 / cm	h_1	h_2
1	26 ± 1	42	30
2	26	43	30
3	26	45	30
4	25	43	30
5	25	42	29
6	26	46	30
7	26	60	32
8	26	45	30
9	25	46	30
10	25	45	30

$\sqrt{10} = \Delta A$

Δh

zu Versuch 2

CO₂

Literaturwert

$\kappa_{id} = 7 / 5 // N$

1.4

Richtiger Wert: 1.30

Messwert

$v = 1147 \times 10^{-6}; \pm 3 \cdot 10^{-6} m^3$

$\delta v = 2.6 \cdot 10^{-3}$

$m = 4.50 \times 10^{-3}; \pm 0.01 \cdot 10^{-3} kg$

$\delta m = 2.2 \cdot 10^{-3}$

$g = 9.81;$

$p_0 = 1002 \times 10^2;$

$s = \pi \left(\frac{11.9 \times 10^{-3}}{2} \right)^2$
 $\pm 0.03 \cdot 10^{-3} m$

$\delta d = 2.6 \cdot 10^{-3}$

$S = 0.00011122$
 $= 1.1122 \cdot 10^{-4}$

$r = 0.0595$
 ± 0.0002

$\delta r = 2.6 \cdot 10^{-3}$

$\Delta r = r \cdot \delta r = 1.5 \cdot 10^{-4}$

$\delta S = 2 \cdot \delta r = 5.2 \cdot 10^{-3}$

$\Delta S = S \cdot \delta S = 5.7 \cdot 10^{-7}$

$p = p_0 + \frac{mg}{S}$

100597.

$2 \cdot \delta S = 10.4 \cdot 10^{-3}$

$\kappa[\tau_-] = 4 \frac{\pi^2}{\tau^2} m \frac{v}{p S^2}$

$\delta \kappa = \sqrt{\delta v^2 + \delta m^2 + (2 \cdot \delta S)^2} = 1.1 \cdot 10^{-2}$

$\frac{0.163751}{\tau^2} \approx 1.22 \pm 0.02$

$\Delta \kappa = \delta \kappa \cdot \kappa = 1.4 \cdot 10^{-2}$

nur mit Luftdruck

$\kappa_2[\tau_-] = 4 \frac{\pi^2}{\tau^2} m \frac{v}{p_0 S^2}$

$\frac{0.164399}{\tau^2}$

$\kappa \left[\frac{72}{200} \right]$

1.26351

$\kappa_2 \left[\frac{72}{200} \right]$

1.26851

nicht schön:
 Rechnungen unkommentiert
 über-, unter + nebeneinander;
 vor allen Dingen;
 ich vermisse den
 Messwert für τ mit
 Fehlerangabe !!!

zu Versuch 2**Argon**

Literaturwert

$$\kappa_{id} = 5 / 3 // N$$

$$1.66667$$

Messwert

$$v = 1142 \times 10^{-6}; \quad \pm 3 \cdot 10^{-6} \quad \Delta v = 216 \cdot 10^{-8}$$

$$s = \pi \left(\frac{11.9 \times 10^{-3}}{2} \right)^2; \quad \Delta s = 1014 \cdot 10^{-3}$$

$$m = 4.52 \times 10^{-3}; \quad \pm 0.01 \cdot 10^{-3} \quad \Delta m = 22 \cdot 10^{-3}$$

$$g = 9.81;$$

$$p_0 = 1002 \times 10^2;$$

$$p = p_0 + \frac{mg}{s};$$

$$p - p_0$$

$$398.679$$

$$\kappa[\tau_-] = 4 \frac{\pi^2}{\tau^2} m \frac{v}{p s^2}$$

$$\frac{0.163759}{\tau^2} \approx \underline{\underline{1162 \pm 0.02}}$$

$$\Delta \kappa = \sqrt{(\Delta v)^2 + (\Delta m)^2 + (2 \Delta s)^2} = 111 \cdot 10^{-2}$$

$$\Delta \kappa = 118 \cdot 10^{-2}$$

$$\kappa_2[\tau_-] = 4 \frac{\pi^2}{\tau^2} m \frac{v}{p_0 s^2}$$

$$\frac{0.16441}{\tau^2}$$

$$\kappa \left[\frac{63.2}{200} \right]$$

$$1.63995$$

$$\kappa_2 \left[\frac{63.2}{200} \right]$$

$$1.64647$$

SO.

Stickstoff

Literaturwert

$$\kappa_{id} = 7 / 5 // N$$

$$1.4$$

zu Versuch 2

Messwert

$$V = 1145 \times 10^{-6}; \pm 3 \cdot 10^{-6} \quad \Delta V = 26 \cdot 10^{-3}$$

$$S = \pi \left(\frac{11.9 \times 10^{-3}}{2} \right)^2; \quad 2 \cdot \Delta S = 1014 \cdot 10^{-6}$$

$$m = 4.58 \times 10^{-3}; \pm 0.01 \cdot 10^{-3} \quad \Delta m = 2.2 \cdot 10^{-3}$$

$$g = 9.81;$$

$$p_0 = 1002 \times 10^2;$$

$$p = p_0 + \frac{mg}{S};$$

$$p - p_0$$

$$\kappa[\tau_-] = 4 \frac{\pi^2}{\tau^2} m \frac{V}{p S^2}$$

$$\delta \kappa = 111 \cdot 10^{-2}$$

$$\delta \kappa = 115 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{0.16636}{\tau^2} \approx 1137 \pm 0.02$$

$$\kappa_2[\tau_-] = 4 \frac{\pi^2}{\tau^2} m \frac{V}{p_0 S^2}$$

$$\frac{0.16703}{\tau^2}$$

$$\kappa \left[\frac{63.2}{200} \right]$$

$$1.666$$

$$\kappa_2 \left[\frac{63.2}{200} \right]$$

$$1.67271$$

S. 0.

Versuch 1

Forkselekt
Rückselekt \rightarrow

h ₀	h ₁	h ₂	h ₁	h ₃	abs.fehler	h ₁ -h ₃	abs.fehler	h ₁ -h ₃	abs.fehler	k	rel.fehler	abs.fehler	quadrate d.abs.feh.
1	26	42	30	16	4	1,41	4	1,41	12	2	1,33	0,19	0,06
2	26	43	30	17	4	1,41	4	1,41	13	2	1,31	0,17	0,05
3	26	45	30	19	4	1,41	4	1,41	15	2	1,27	0,15	0,04
4	25	43	30	18	5	1,41	5	1,41	13	2	1,38	0,17	0,06
5	25	42	29	17	4	1,41	4	1,41	13	2	1,31	0,17	0,05
6	26	46	30	20	4	1,41	4	1,41	16	2	1,25	0,14	0,03
7	26	60	32	34	6	1,41	6	1,41	28	2	1,21	0,08	0,01
8	26	45	30	19	4	1,41	4	1,41	15	2	1,27	0,15	0,04
9	25	46	30	21	5	1,41	5	1,41	16	2	1,31	0,14	0,03
10	25	45	30	20	5	1,41	5	1,41	15	2	1,33	0,15	0,04

$\Delta h = 1$
abs. Fehler

$\Delta h = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
 $\Delta h = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\Delta h = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
 $= \sqrt{4} = 2$

$\frac{h_1}{h_1 - h_3}$

$\Delta k \cdot k = \Delta k$

$\Delta k = \sqrt{(dh_1)^2 + (d(h_1 - h_3))^2}$

$$\begin{array}{l}
 \text{MW } k \\
 1.30 \quad \underbrace{\text{rel. feh. von MW}}_{0.05} \quad \underbrace{\text{abs. feh. von MW}}_{0.07} \\
 \delta k = \frac{\sqrt{\sum \delta k^2}}{\sum (\delta k)} \quad \Delta k = \frac{\sqrt{\sum \Delta k}}{\sum \Delta k}
 \end{array}$$

was soll denn das für eine Formel sein?

$$\frac{1}{n^2 - n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2$$

Versuch 2 Art

Messung	Schwingungen	Zeit/sec	Zeit pro schwingung T	isentropenindex k	MW von k	quadr.abweichung	(von MW)
1	200	63.2	0.32	1.64	1.62	0.00	0.00
2	200	63.4	0.32	1.63	1.62	0.00	0.00
3	200	63.2	0.32	1.64	1.62	0.00	0.00
4	200	63.2	0.32	1.64	1.62	0.00	0.00
5	200	63.5	0.32	1.62	1.62	0.00	0.00
6	200	63.9	0.32	1.6	1.62	0.00	0.00
7	200	63.8	0.32	1.61	1.62	0.00	0.00
8	200	63.8	0.32	1.61	1.62	0.00	0.00
9	200	63.9	0.32	1.6	1.62	0.00	0.00

$$k = \frac{4T^2}{T^2} \frac{VM}{\rho S^2}$$

$$= \frac{0,163759}{T^2}$$

CO₂

Messung	Schwingungen	Zeit/sec	Zeit pro schwingungT	isentropenindex k	MW von k
1	100	36	0.36	1.26	1.22
2	100	36.5	0.37	1.23	
3	100	36.5	0.37	1.23	
4	100	36.5	0.37	1.23	
5	100	36.4	0.36	1.24	
6	100	36.5	0.37	1.23	
7	100	36.7	0.37	1.22	
8	100	36.7	0.37	1.22	
9	100	37	0.37	1.2	
10	100	37.3	0.37	1.18	
11	100	37.1	0.37	1.19	
12	100	36.7	0.37	1.22	

$$K = \frac{4\pi^2 mV}{T^2 \rho S^2} = \frac{0.163751}{T^2}$$

N

Messung	Schwingungen	Zeit/sec	Zeit pro schwingung T	isentropenindex k	MW von k
1	200	69.7	0.35	1.37	1.37
2	200	70.2	0.35	1.35	
3	200	69.7	0.35	1.37	
4	200	69.6	0.35	1.37	
5	200	69.5	0.35	1.38	
6	200	69.5	0.35	1.38	
7	200	70	0.35	1.36	
8	200	69.5	0.35	1.38	
9	200	69.8	0.35	1.37	

$$k = \frac{4\pi^2 m V}{T^2 P S^2}$$
$$= \frac{0.16636}{T^2}$$

Fehlerrechnung Versuch 2

τ

Messung 1

$$\tau = 63,2 \text{ s} \quad \Delta\tau = 0,5 \text{ s} \quad \delta\tau = 8 \cdot 10^{-3} \quad \left. \begin{array}{l} \text{das müsste nach} \\ \text{von ?} \end{array} \right\}$$

$$\tau = \frac{t}{\text{Schwing.}}$$

$$\tau = 0,32 \text{ s} \quad \delta\tau = 8 \cdot 10^{-3} \quad \Delta\tau = 2,5 \cdot 10^{-3}$$

τ liegt nicht in der Größenordnung / warum sollte es?

Diskussion

Versuch 1

Luft als Gemisch von N_2 und O_2 ist ein zweiatomiges Gas. Es ergeben sich als Freiheitsgrade die 3 Raumrichtungen + 2 Rotationen. $f = 5 \Rightarrow k = \frac{f}{2} = 1,4$

Literatur: $k_{\text{Luft}} = 1,4$

Versuch: $k_{\text{Luft}} = 1,30 \pm 0,07$

Die Werte sind verträglich.

Versuch 2

Ar

Ar ist einatomig. Als Freiheitsgrade ergeben sich die 3 Raumrichtungen.

$$f = 3 \Rightarrow k = \frac{5}{3} = 1,67$$

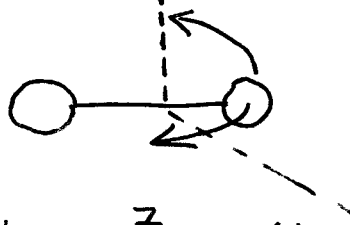
Literaturwert: 1,67

Versuch: $1,62 \pm 0,02$

Die Werte sind verträglich.

N₂

N₂ ist ein zweiatomiges Gas. Als Freiheitsgrade ergeben sich die 3 Raumrichtungen + 2 Rotationen.



$$f = 5 \Rightarrow k = \frac{7}{5} = 1,4$$

Literaturwert: 1,4

Versuch: $1,37 \pm 0,02$

Die Werte sind verträglich.

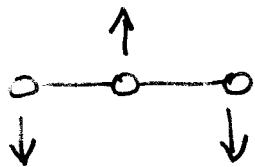
CO₂

CO₂ ist ein dreiatomiges Gas. C ist vierbindig und hat eine Doppelbindung zu jedem O. Das Molekül ist daher gestreckt.

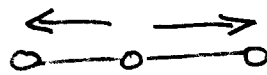


Als Freiheitsgrade ergeben sich die 3 Raumrichtungen + 2 Rotationen.

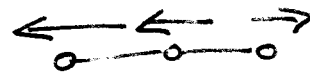
Zusätzlich sind bei höheren Temperaturen Schwingungen möglich.



Biegeschwingung
(83 meV)



symmetrische
Streckschwingung



asymmetrische
Streckschwingung

Tragen die Schwingungen 2 Freiheitsgrade bei ergibt sich:

$$f = 7 \Rightarrow k = \frac{9}{7} = 1,29$$

Literaturwert: 1,3

Versuch: $1,22 \pm 0,02$

Die Werte sind signifikant unterschiedlich.

Diskussion =
bedarf bei
der
Fehlerrechnung

Tragen alle 3 Schwingungen bei ergibt sich:

$$f = 8 \Rightarrow k = \frac{10}{8} = 1,25$$

Mit unserer Messung sind wir verträglich mit diesem Wert.

trotzdem ist 1,30 der richtige Wert.

Es ist etwas komplizierter: vollständig "aufgetankt" Schwingungsfreiheitsgrade tragen k (nicht $k/2$) zur Wärmekapazität bei. Die CO_2 -
~~Biege~~ Biegeschwingung (2-fach entartet) ist nur "angetankt".

Holt