Zusammenfassung vom 13.04.2004

Informationen über die Vorlesung, Material, Zusammenfassungen:

www.physik.fu-berlin.de/~paggel/exp1

Link über Vorlesungsseite des FB

http://www.physik.fu-berlin.de/de:w/studium/vorlesungsunterlagen/

Hyperphysics web page:

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hph.html

Zusammenfassungen finden Sie über die Vorlesungsseite.

Übungsgruppen:

Mittwoch 16-18 Uhr:	Stefan Hoppe,	SR E2 (1.1.53)
Donnerstag 16-18 Uhr:	Kai Schwinge	SR E1 (1.1.26)
Freitag 12-14 Uhr:	Georgios Ctistis	SR E2 (1.1.53)

Übungsbeginn: nächste Woche

Zusammenfassung vom 15.04.2004

Definition der Physik als messende Wissenschaft

Messprozess und wie vergleicht man die Messung mit der Theorie?

Datenpunkte müssen im Rahmen Ihrer Messfehler diskutiert werden.
Beispiel: Elektronenmasse als „Funktion“ der Zeit im 20. Jahrhundert.

Definition der Grundeinheiten:

Länge: ursprünglich 1/10.000.000 des Erdquadranten, jetzt indirekt über Vakuumlichtgeschwindigkeit.

Zeit: Atomarer Niveauabstand (Cs-Uhr, d.h. relativ komplexe Maschine)

Masse: zur zeit noch über Referenzmasse. Wird in Zukunft vermutlich durch atomare Definition ersetzt werden.

Abgeleitete Einheiten:

Stoffmenge mol (Masse ^{12}C Isotop), Temperatur Kelvin (Tripelpunkt des Wassers), Stromstärke Ampère (Kraft zwischen Leitern)

MKSA-System (Meter, Kilogramm, Sekunde, Ampère)

Zusammenfassung vom 20.04.2004

2. Punktmechanik

Begriffe:

Massenpunkt, Bahnkurve

Geschwindigkeit v und Beschleunigung a:

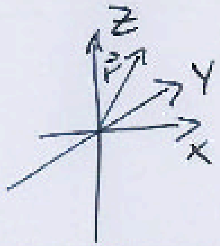
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} \text{ oder auch } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

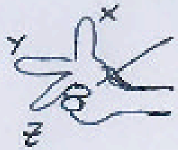
$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

Bewegungen können in Einzelkomponenten erlegt werden.

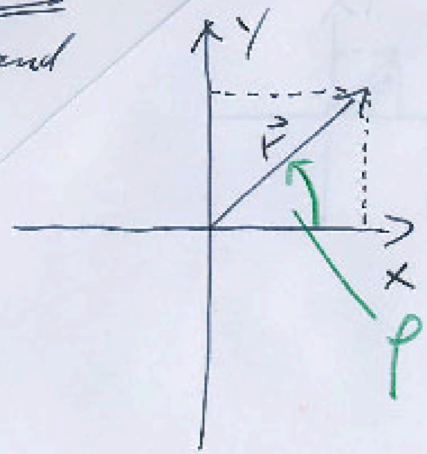
Beispiel: schiefer Wurf.



Kartesische Koordinaten



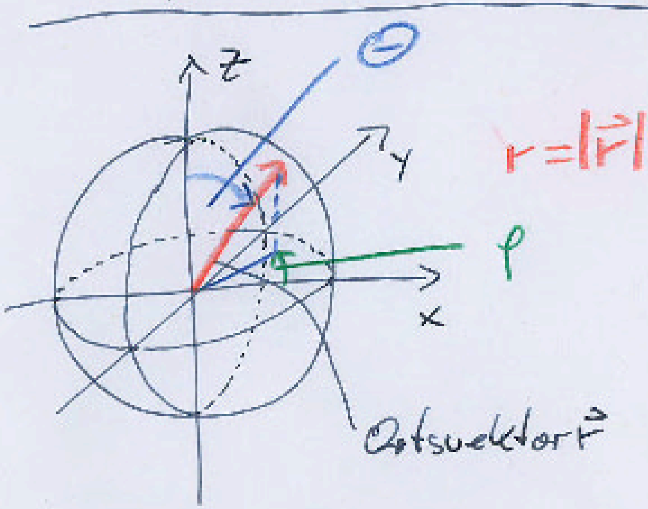
rechte Hand



$x = |r| \cdot \cos\varphi$

$y = |r| \cdot \sin\varphi$

ebene Polar-Koordinaten



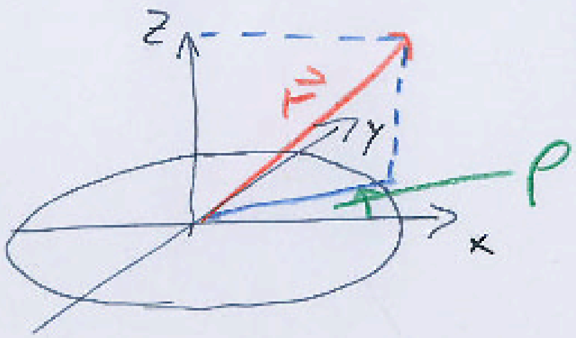
$x = |r| \cdot \cos\varphi \sin\Theta$

$y = |r| \cdot \sin\varphi \sin\Theta$

$z = |r| \cdot \cos\Theta$

Kugelkoordinaten

Zylinderkoordinaten



$x = |r| \cdot \cos\varphi$

$y = |r| \cdot \sin\varphi$

$z = z$

Zusammenfassung vom 22.04.2004

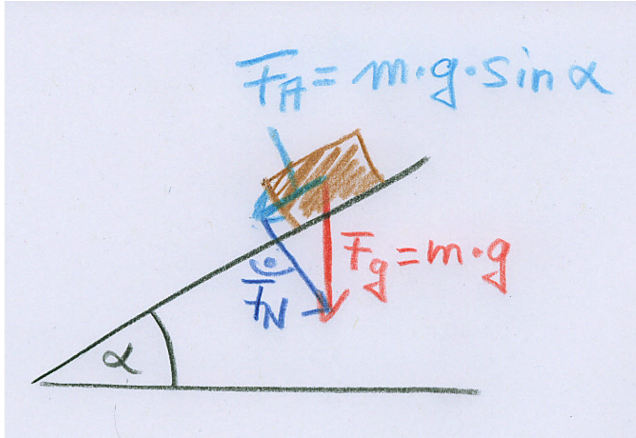
2. Punktmechanik

Grundgleichungen der Mechanik (Newtonsche Axiome)

1. Ohne äußere Kräfte verharrt jeder Körper in Ruhe oder in der gleichmäßig geradlinigen Bewegung.
2. Wirkt eine Kraft *F* auf einen Körper, so resultiert eine Impulsänderung.
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{mit} \quad \vec{p} = m\vec{v}$$
3. Wechselwirken zwei Körper miteinander, aber nicht mit einem dritten, so ist die Kraft die Körper 1 auf Körper 2 ausübt genau so groß wie die die von Körper 2 auf Körper 1 ausgeübt wird.

Raketengleichung und Integration einer Bewegungsgleichung

Zusammenfassung vom 27.04.2004



2. Punktmechanik

Kräfte sind axiale Vektoren

Hangabtriebskraft F_A, Normalkraft F_N

Zwangskräfte wirken senkrecht zur Bewegungsrichtung

Arbeit ist die Wirkung einer Kraft entlang eines Weges $$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Wenn gilt: $$W = \oint_{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

Dann heißt die Kraft konservativ.

Weiter gilt dann: $$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = E_p(\vec{r}_1) - E_p(\vec{r}_2)$$

$E_p(\vec{r})$ ist die potentielle Energie

Energiesatz der Mechanik:

Die Summe von kinetischer und potentieller Energie ist erhalten.

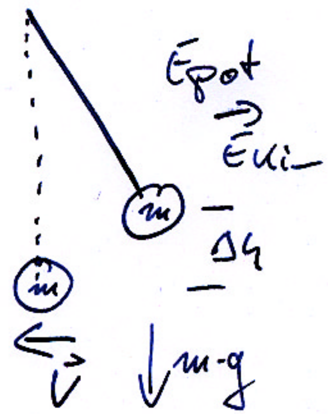
$$E_k = \tfrac{1}{2} m v^2$$

Zusammenfassung vom 29.04.2004

2. Punktmechanik

Energieerhaltung, d.h. Umwandlung potentieller in kinetische Energie

$$\frac{E_{kin}}{E_{pot}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{mgh} = \frac{m\frac{d^2}{t^2}}{2mgh} = \frac{d^2}{2ght^2}$$



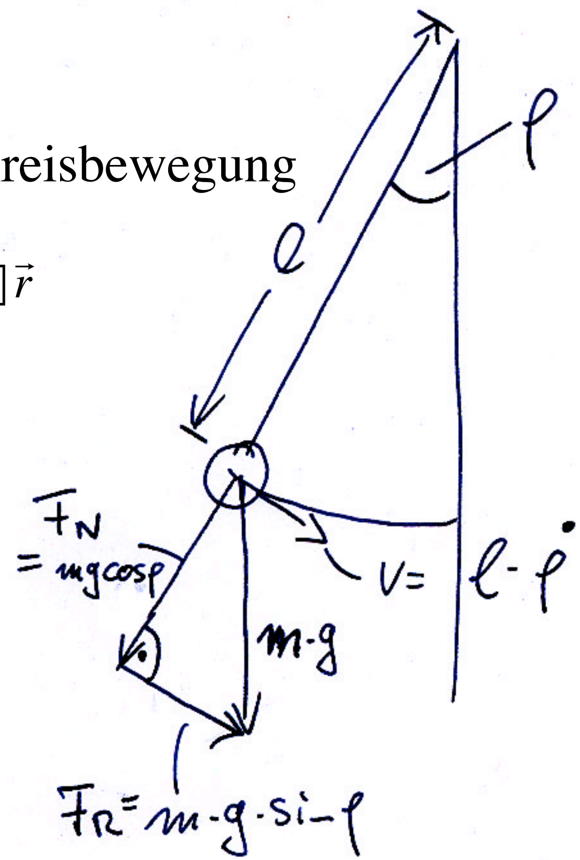
Gravitationsgesetz $\vec{F}_G = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung bei Kreisbewegung

$$v = r\frac{d\varphi}{dt} = r\omega,\ a = r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\ \text{vektoriell}:\ \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Fadenpendel:

$$\left.\begin{aligned} F_R &= -mg\sin\varphi \\ F_T &= ml\frac{d^2\varphi}{dt^2} \end{aligned}\right\rangle \Rightarrow \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0$$



Nicht-lineare Differentialgleichung 2. Ordnung (sehr schwierig zu lösen) -> anderer Weg ist nötig

Zusammenfassung vom 04.05.2004

2. Punktmechanik

Für Federn gilt für kleine Auslenkungen das Hookesche Gesetz, $\vec{F} = -k\vec{x}$
d.h. zwischen Kraft und Auslenkung gilt ein linearer Zusammenhang

Federpendel: $F = ma$ und $F = -kx \;\Rightarrow\; \dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}x = 0$

Bewegungsgleichung ist Differentialgleichung 2. Ordnung

Allgemeine Lösung lautet: $x(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t$

Koeffizienten A und B werden bestimmt aus Anfangsbedingungen:

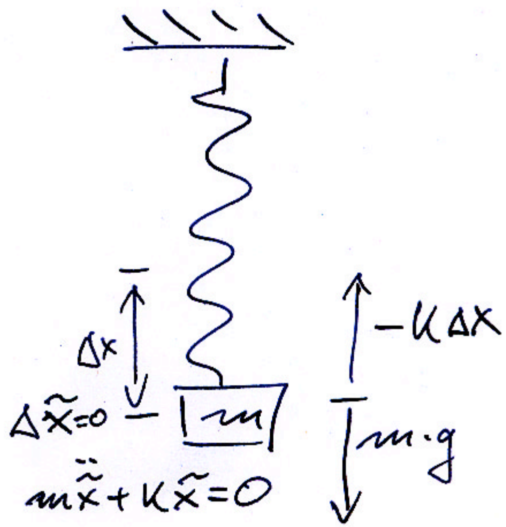
$x(t=0) = A\sin 0 + B\cos 0 = B$ und

$\mathrm{v}(\mathrm{t}=0) = \dot{x}(t=0) = A\omega\cos 0 - B\omega\sin 0 = A\omega$

Die Bewegung heißt ‚harmonisch'. Ein Schwinger, der der entsprechenden DGL gehorcht ‚harmonischer Oszillator'.

Eigenfrequenz: $\nu = f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Frequenz unabhängig von der Amplitude!



Zusammenfassung vom 06.05.2004

2. Punktmechanik

Wiederholung: Harmonische Schwingung

Linearisierung von Gleichungen über Taylorentwicklung

$$f(x) = \sum_{s=0} \frac{1}{s!} f^{(s)}(x_0)(x - x_0)^s$$

Bricht man die Entwicklung nach dem Term s ab, so gilt für das Restglied:

$$R_n(x) = \frac{1}{n+1!} f^{(n+1)}\big(x_0 + \vartheta(x - x_0)\big)(x - x_0)^{n+1}, \quad \vartheta \in (0,1)$$

(Lagrange Restglied)

Der Fehler kann abgeschätzt werden, d.h. man weiß wie gut oder schlecht die Approximation ist.

Zusammenfassung vom 11.05.2004

Drehimpuls und Drehmoment

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} =: \vec{D}$$

Im Zentralkraftfeld ist daher der Drehimpuls immer erhalten!

Schwerpunkt r_s eines Systems von Massenpunkten m_i mit Schwerpunktsgeschwindigkeit v_s und Gesamtimpuls P

$$\vec{r}_i = \vec{r}_{si} + \vec{r}_s, \; \vec{r}_s = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}, \; M = \sum_i m_i, \; v_s = \frac{P}{M} \text{ mit } P = \sum_i p_i$$

Kinetische Energie spaltet auf in E_{kin} des Schwerpunkts und E_{kin} im Schwerpunktsystem

$$E_{kin} = \tfrac{1}{2} M \vec{v}_s^{\,2} + \tfrac{1}{2} \sum_i m_i \vec{v}_{si}^{\,2}$$

Drehimpuls spaltet auf in Drehimpuls des Schwerpunkts und Drehimpuls im Schwerpunktsystem

$$\vec{L} = \sum_i m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i = M \vec{r}_s \times \vec{v}_s + \sum_i m_i \vec{r}_{si} \times \vec{v}_{si}$$

Zusammenfassung vom 13.05.2004

Erhaltungssätze in der Mechanik:
Impulserhaltung, Drehimpulserhaltung und Energieerhaltung

$$\frac{d}{dt}\vec{P} = \vec{F},\ \frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{r} \times \vec{F},\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(E_{pot} + E_{kin}\right) = 0$$

Mechanik starrer Körper

Ein starrer Körper ist ein System von Massenpunkten für das gilt: $\frac{d}{dt}\left(\vec{r}_i - \vec{r}_j\right) = \vec{0}$

Man kann übergehen zu Massen- und Volumenelementen M_i und V_i mit

$$V = \sum_i V_i = \int_V dV \text{ und } M = \sum_i M_i = \int_V \rho(\vec{r})\,dV$$

Der starre Körper hat sechs Freiheitsgrade (drei der Rotation und drei der Translation)

$$\vec{v}_i = \vec{v}_s + \vec{\omega} \times \vec{r}_{is}$$

Translation beschrieben durch Punktmechanik. Energie der Rotation:

$$E_{rot} = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_{i\perp}^{\ 2} \omega^2 = \frac{1}{2}\omega^2 \int_V \rho(\vec{r}) r_{i\perp}^{\ 2} dV = \frac{1}{2} I \omega^2$$

I heißt Trägheitsmoment. I hängt von der Drehachse des Körpers und der Form des Körpers selbst ab.

$$I = \int_V \rho(\vec{r}) r_{i\perp}^{\ 2} dV$$

Zusammenfassung vom 18.05.2004

Mechanik starrer Körper

Drehimpuls lässt sich über das Trägheitsmoment ausdrücken: $\vec{L} = I\omega$

$$E_{rot} = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} mv^2$$

Satz von Steiner:

$$I = \int_M r^2 dm = \int_M (r_s + a)^2 dm = I_s + Ma^2$$

Trägheitsmoment Vollzylinder und hohler Zylinder:

$$I_{voll} = \frac{MR^2}{2}, \quad I_{hohl} = MR^2$$

Drehung um freie Achsen:

Das Trägheitsmoment ist eigentlich ein symmetrischer Tensor 2. Stufe. Das wiederum bedeutet, er kann auf Hauptachsenform gebracht werden. -> Jeder Körper wird durch drei Trägheitsmomente I_a, I_b und I_c und die drei Hauptträgheitsachsen a, b, und c charakterisiert ($I_a <= I_b <= I_c$). Sind zwei I gleich liegt ein symmetrischer Kreisel vor, sind drei gleich, ein sphärischer.

Jeder rotationssymmetrische Körper ist ein symmetrischer Kreisel, aber nicht umgekehrt. Ein Würfel ist ein sphärischer Kreisel.

Zusammenfassung vom 25.05.2004

Eulersche Gleichungen beschreiben die Bewegung des Kreisels im Hauptachsensystem des Körpers

$$I_a \frac{d\omega_a}{dt} + (I_c - I_b)\omega_b\omega_c = D_a$$
$$I_b \frac{d\omega_b}{dt} + (I_a - I_c)\omega_c\omega_a = D_b$$
$$I_c \frac{d\omega_c}{dt} + (I_b - I_a)\omega_a\omega_b = D_c$$

Ohne äußeres Moment D bleibt der Kreisel bei Rotation um eine Hauptachse im Raum fest orientiert.

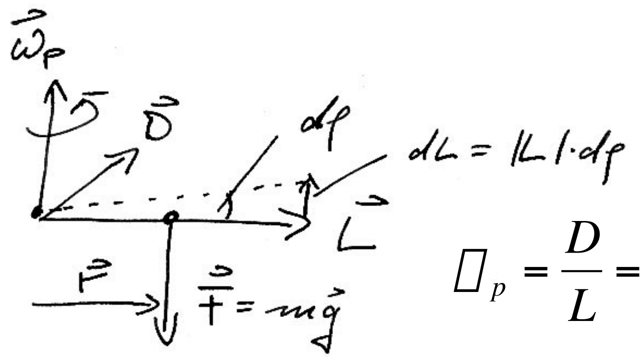
Ein Kreisel auf den keine äußeren Momente wirken heißt „kräftefrei“.

Rotiert ein symmetrischer Kreisel um zwei Hauptträgheitsachsen, rotiert die Winkelgeschwindigkeit ω mit der Frequenz Ω um die Figurenachse.
Diese Bewegung heißt Präzession.

$$\Omega = \frac{I_c - I_a}{I_c}\omega_c$$

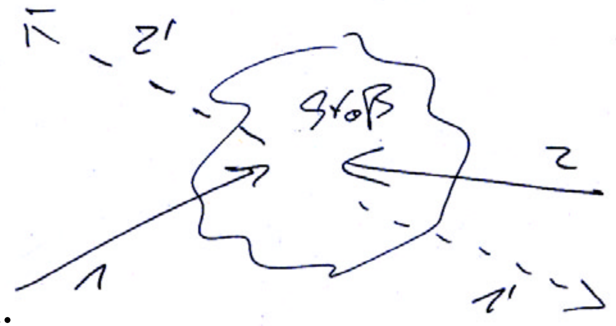
Die zugehörige Bewegung der Figurenachse heißt Nutation.
(Die Erhaltungsgröße ist der Drehimpuls.)

Wirkt ein äußeres Moment auf den Kreisel erhält man die pseudoreguläre Präzession, bei der der Drehimpulsvektor mit der Frequenz ω_p rotiert.



$$\omega_p = \frac{D}{L} = \frac{D}{I\omega_c}$$

Zusammenfassung vom 25.05.2004



Stöße

Stöße zwischen Teilchen können behandelt werden
wie die Dynamik im System von Massenteilchen.
Der Stoß selbst wird dabei nicht diskutiert, nur die Bewegung vor und nach dem Stoß.

1) Ohne äußere Kräfte bewegt sich der Schwerpunkt des Systems gleichförmig. $\vec{F} = \dot{\vec{P}} \qquad \vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$
2) Der Drehimpuls ist erhalten.
3) Die Gesamtenergie ist erhalten. $E_{ges} = E_{kin} + E_{innere}$

Es gibt drei Arten von Stößen:

elastischer Stoß	$\Delta E_{kin}=0$
inelastischer Stoß	$\Delta E_{kin}<0$
superelastischer Stoß	$\Delta E_{kin}>0$

Es gibt zwei mögliche Wahlen für das Koordinatensystem:

- Schwerpunktsystem
- Ursprung in einem der beiden Stoßpartner

Zusammenfassung vom 27.05.2004

Bewegte Bezugssysteme:

1. Bewegen sich zwei Bezugssysteme S und S' gleichförmig mit einer konstanten Relativgeschwindigkeit, so sind alle Beobachtungen (Experimente) in beiden Systemen gleich. Beide System sind Intertialsysteme. (Diese sind so definiert.)

$$\vec a = \vec a' \Rightarrow \vec F = \vec F'$$

2. Bewegen sich zwei Bezugssysteme gleichmäßig beschleunigt (Beschleunigung a_0) zueinander, so sind die wirkenden Kräfte in den beiden Systemen unterschiedlich.

$$\vec a' = \vec a + \vec a_0 \Rightarrow \vec F' = \vec F + m\vec a_0$$

3. Rotieren die beiden Bezugssysteme relativ zu einander mit der Winkelgeschwindigkeit ω, so gilt

$$\vec a' = \vec a + 2\vec v' \times \vec\omega + \vec\omega \times \left(\vec r' \times \vec\omega\right),\ a_{Coriolis} = 2\vec v' \times \vec\omega,\ a_{Zentrifugal} = \vec\omega \times \left(\vec r' \times \vec\omega\right)$$

Die Corioliskraft ist für eine Vielzahl von Effekten im rotierenden Bezugssystem Erde verantwortlich.

Viele Informationen zum Foucaultschen Pendel:
http://www.kip.uni-heidelberg.de/OeffWiss/Pendel-Internetauftritt/index.html

Zusammenfassung vom 01.06.2004

Gedämpfter harmonischer Oszillator
$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2\gamma\frac{d}{dt}x + \omega_0 x = 0$$

Man erhält Lösungen der Form:
$$x(t)_{1,2} = x_0 e^{\left(-\gamma \mp \sqrt{\gamma^2 - \omega_0{}^2}\right)t}$$

Drei Fälle:

$\gamma^2 - \omega_0^2 < 0$ Schwingfall z.B.: $x(t) = x_0 e^{-\gamma t}\left(e^{i\sqrt{\omega_0{}^2 - \gamma^2}\,t} + e^{-i\sqrt{\omega_0{}^2 - \gamma^2}\,t}\right)$

$\gamma^2 - \omega_0^2 > 0$ Kriechfall z.B.: $x(t) = x_0 e^{-\gamma t}\left(e^{\sqrt{\gamma^2 - \omega_0{}^2}\,t} + e^{-\sqrt{\gamma^2 - \omega_0{}^2}\,t}\right)$

$\gamma^2 - \omega_0^2 = 0$ aperiodischer Grenzfall z.B.: $x(t) = (a + bt)e^{-\gamma t}$

Die Eigenfrequenz ω des gedämpften harmonischen Oszillators ist immer kleiner als die des ungedämpften ω_0.
$$\omega = \sqrt{\omega_0{}^2 - \gamma^2}$$

Getriebener gedämpfter harmonischer Oszillator
$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2\gamma\frac{d}{dt}x + \omega_0 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \qquad x = x_{\mathrm{hom}\,ogen} + x_{speziell}$$
$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2\gamma\frac{d}{dt}x + \omega_0 x = \frac{F_0}{m}e^{i\omega t} \qquad x_{speziell} = x_o e^{i\omega t}, \quad x_o = \frac{F_0/m}{\omega_0{}^2 - \omega^2 + 2i\gamma\omega}$$

Zusammenfassung vom 01.06.2004

Getriebener gedämpfter harmonischer Oszillator

$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2\gamma\frac{d}{dt}x + \omega_0 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \qquad x = x_{\text{homogen}} + x_{\text{speziell}}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2\gamma\frac{d}{dt}x + \omega_0 x = \frac{F_0}{m}e^{i\omega t} \qquad x_{speziell} = x_o e^{i\omega t}, \quad x_o = \frac{F_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\gamma\omega}$$

Amplitude der Schwingung bestimmt durch äußere Kraft und die Frequenz:
(Amplitudenspektrum nicht symmetrisch)

$$|x_o|^2 = \frac{F_0^2/m^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\gamma^2\omega^2}$$

Phase zwischen Amplitude und Erregung

$$\tan\varphi = \frac{-2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Maximale Amplitude bei

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$$

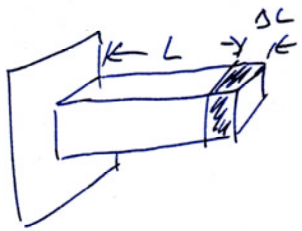
Im harmonischen Oszillator absorbierte (deponierte) Leistung ist symmetrisch um ω_0

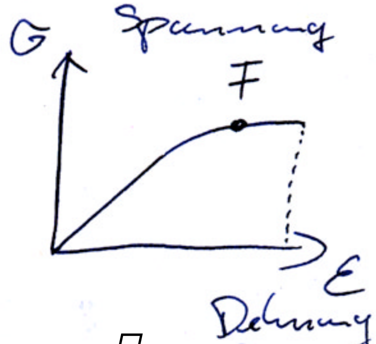
$$|P| = \frac{\frac{F_0^2}{m}\gamma}{\frac{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2}{\omega^2} + 4\gamma^2}$$

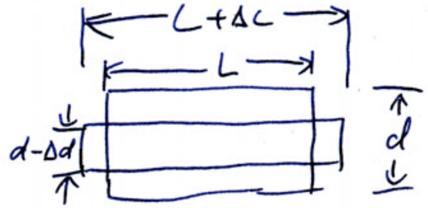
Zusammenfassung vom 08.06.2004

Reale Körper (fest + flüssig)
Reale Stoffe kommen in drei Aggregatformen vor: fest, flüssig, gasförmig.

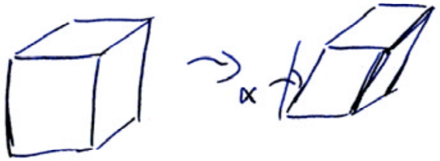
Verformung fester Körper:
Kompression
Hookesches Gesetz $\sigma = E\varepsilon$
E Elastizitätsmodul
$\sigma = F/A$ Spannung $\varepsilon = \Delta L/L$
Querkontraktion $\frac{\Delta d/d}{\Delta L/L} = \mu, \quad \frac{\Delta V}{V} = (1-2\mu)\frac{\sigma}{E}$

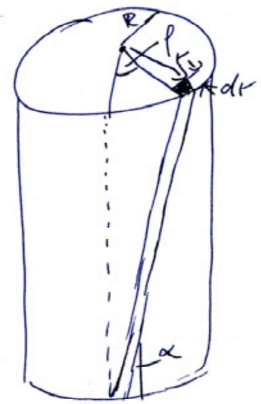






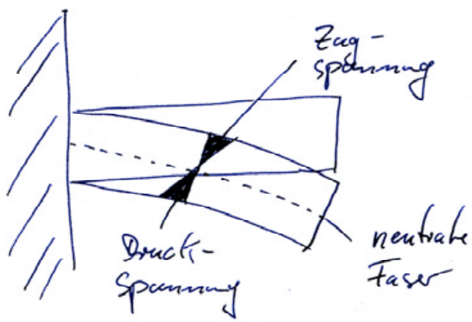
Scherung:
$\tau = F/A$ Scherspannung $\tau = G*\alpha$



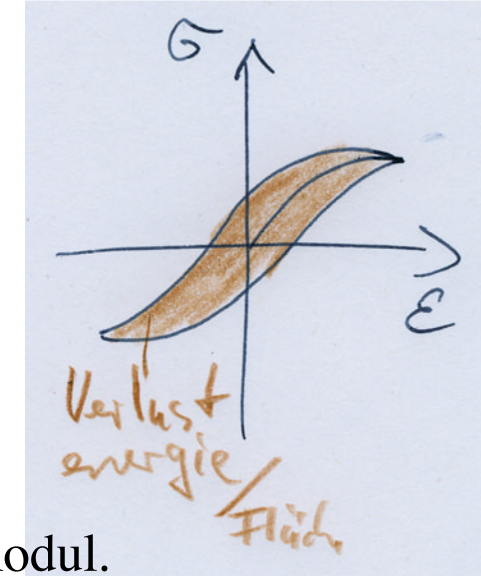


Torsion:
auf Scherung zurück zu führen: $D = \frac{\pi}{2} G \frac{R^4}{L}\varphi$ aus $dF = \tau 2\pi r dr$ und $\tau = G\alpha$

Biegung:
Summation (Integration) über die auftretenden
Kräfte führt auf Flächenträgheitsmomente



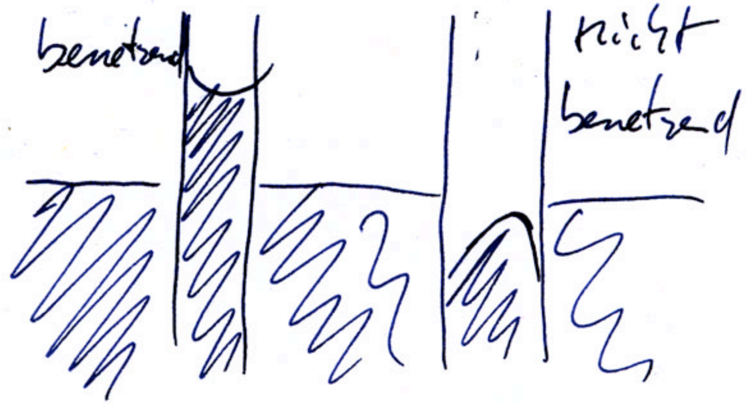
Zusammenfassung vom 10.06.2004



Mechanische Hysterese:
Im System deponierte spezifische Arbeit entspricht der Fläche der Hystereseschleife.

Ruhende Flüssigkeiten
Gute Definition für Flüssigkeit ist verschwindendes Schubmodul.
Statischer Druck isotrop und überall gleich. $\nabla \vec{p} = \vec{0}$
Schweredruck $p = \rho g h$
Wechselwirkung der Flüssigkeitsteilchen untereinander ist attraktiv.
-> Oberflächenspannung σ. Man kann zeigen $\sigma = \varepsilon$ mit ε Oberflächenenergie.
Flüssigkeitsoberflächen sind Minimalenergieflächen.

Oberflächenspannungen bestimmen Kontaktwinkel
Oberflächen- und Grenzflächenenergien verursachen Kapillaritätseffekte, d.h. an Grenzflächen gibt es zusätzliche Kräfte und Energien.



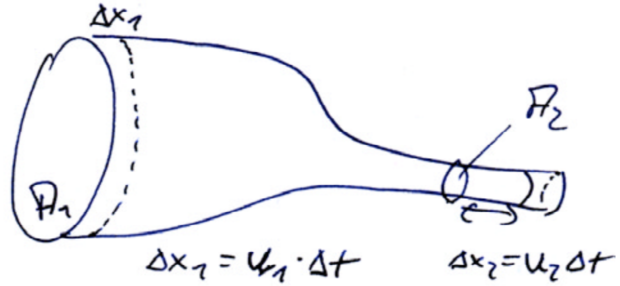
Zusammenfassung vom 15.06.2004

<u>Strömende Flüssigkeiten</u>

$$\vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_G + \left(\vec{F}_R\right) = m\ddot{r} = \rho \Delta V \frac{d\vec{u}}{dt}$$

$u(r,t)$ ist Strömungsgeschwindigkeit.
Wenn $u(r,t)=u(r)$ ist die Strömung stationär.
Ist $\rho=const$, so gilt die Kontinuitätsgleichung

$$A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2$$



Für kompressible Strömungen gilt:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho u\right) = 0$$

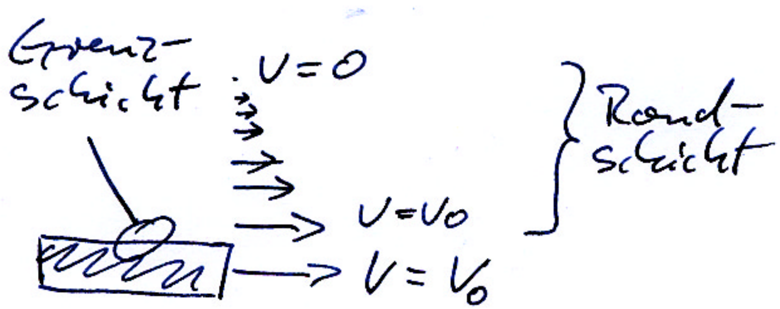
Die Bernoulli-Gleichung beschreibt die Energieerhaltung in der Strömung

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^{\,2} = p_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^{\,2} \quad \text{oder} \quad p + \frac{1}{2}\rho u^2 = p_0 = const$$

p heisst statischer Druck, $1/2\rho u^2$ Staudruck. Ist u groß genug, kann p negativ werden (Kavitation)!
Der Effekt tritt im Wasser häufig auf. (Schiffsschrauben, spin-out beim Surfen)

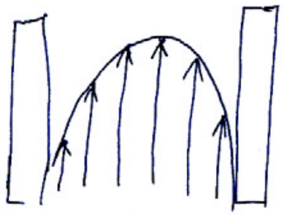
Warum Flugzeuge fliegen: Physics Education 38, 497 (2003) How do wings work? Holger Babinski

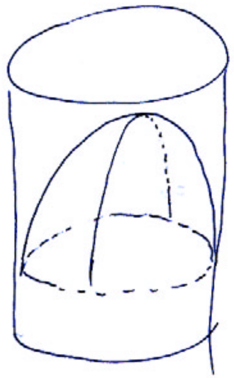
Zusammenfassung vom 17.06.2004



<u>Randschichten und Grenzschichten</u>

Wird ein Körper langsam durch eine Flüssigkeit bewegt, bildet sich eine Randschicht mit einem linearen Geschwindigke





In einem Rohr bzw. zwischen zwei Platten bildet sich ein parabolisches Geschwindigkeits-profil aus.

Flüssigkeitsdurchsatz für Rohr: $$I = \frac{\pi}{8}\frac{R^4}{\eta}\Delta p$$

Strömungsfelder sind einander ähnlich, wenn sie die gleiche Reynoldszahl *Re* besitzen.

$$Re = \frac{\rho L^2}{\eta T} = \frac{\rho L U}{\eta}$$

<u>Gastheorie</u>

Ideale Gasgleichung $pV = nRT$ oder $pV = Nk_B T$

-> Dichte eines Gase ist Druckabhängig

Barometrische Höhenformel

$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0}(h-h_0)}$$