# Formeln für Ex-Klausur

Michael Goerz

**Maxwellsche Gleichungen:**

$\mathrm{div}\, D = \rho \quad \mathrm{div}\, B = 0 \quad \mathrm{rot}\, \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \quad \mathrm{rot}\, \vec{H} = j + \dot{D} \Leftrightarrow c^2\, \mathrm{rot}\, \vec{B} = \frac{j}{\varepsilon_0} + \dot{E}$

mit $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$ ; $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$

In integraler Form $\int_V \mathrm{div}\, \vec{D}\, dV = \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A} \Leftrightarrow Q = \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \varepsilon\varepsilon_0 \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$ ; $\int_V \mathrm{div}\, \vec{B}\, dV = 0 = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

$\int \mathrm{rot}\, \vec{E} \cdot dA = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} \Leftrightarrow -\int \dot{B}\, dA = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} \Leftrightarrow U_{ind} = -\dot{\phi}$

$\int \mathrm{rot}\, \vec{H} \cdot dA = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \Leftrightarrow \int (j + \dot{D})\, dA = \oint_C \vec{H}\, d\vec{s}$ für $\dot{D} = 0 \Rightarrow$ Amperesches Gesetz

$\int \vec{j} \cdot d\vec{A} = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \Leftrightarrow I = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} \Leftrightarrow \mu_0 I = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$

Kraftgesetz: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ $\quad W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} \Rightarrow \phi(r) = \frac{W_{\infty \to r}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r}$

Einheiten: $[\vec{D}] = \frac{As}{m^2}$ $\quad [\vec{E}] = \frac{V}{m}$ $\quad [\varepsilon_0] = \frac{As}{Vm}$ $\quad [\vec{j}] = \frac{A}{m^2}$ $\quad [\vec{F}] = N = \frac{kg\, m}{s^2}$ $\quad [W] = J = \frac{kg\, m^2}{s^2}$

---

**Kondensator:** $U = E \cdot d$ (Feld-weg-Int.) ; $C = \frac{Q}{U}$ p. Def. ; $\oint \vec{D} \cdot d\vec{f} = \int_V \rho\, dV \Rightarrow E \cdot A = \frac{1}{\varepsilon_0} Q \Leftrightarrow Q = E \cdot A \cdot \varepsilon_0$

$\sigma = Q/A$ p. Def. $\quad E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma \quad C = \frac{E \cdot A \cdot \varepsilon_0}{U} = \frac{A \cdot \varepsilon_0}{d}$ $\quad$ Energie: $dW = U \cdot dQ \Rightarrow W = \int_0^Q \frac{1}{C} Q\, dQ = \frac{1}{2} C U_0^2$

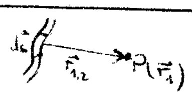
Energiedichte $\frac{W}{Vol} = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 \left(\frac{U}{d}\right)^2$ $\quad$ Diel. versch.: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ ; $\vec{P} = \sigma_{elf}$

---

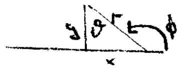
Ohmscher Widerstand eines Drahtes: $R = \rho \cdot \frac{l}{A} \Leftrightarrow R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{A}$ | Lorentzkraft $F_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$

---

Magnetfelder um stromdurchflossene Leiter: Biot-Savart: $B(\vec{r}_1) = -\frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{\vec{e}_{12} \times d\vec{s}}{r_{12}^2}$



endlicher Leiter:



$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I\, dx}{4\pi r^2} \sin\varphi = \frac{\mu_0 I\, dx}{4\pi r^2} \cos\vartheta$ ; mit $x = y \tan\vartheta$, $y = r\cos\vartheta$

$x = y\tan\vartheta \to dx = y \frac{1}{\cos^2\vartheta} d\vartheta = y \frac{r^2}{y^2} d\vartheta = \frac{r^2}{y} d\vartheta \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi y} \cos\vartheta\, d\vartheta \Rightarrow B = B_L + B_R = \frac{\mu_0 I}{4\pi y}(\sin\vartheta_R + \sin\vartheta_L)$

Z-Achse v. Leiterschleife: $B_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \pi \cdot R^2}{2\pi (z^2 + R^2)^{3/2}}$ $\quad$ unendliche Spule: $B = \mu_0 I \cdot \frac{n}{l}$ $\quad$ Kreismitte $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

---

Induktion: $L = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l} \cdot A = \mu_0 \cdot n^2 \cdot V$ ; $U_{ind} = -L\dot{I}$ $\quad$ Energie: $E_{mag} = \frac{1}{2} L I_0^2$

Komplexe Widerstände: $Z_C = -i\frac{1}{\omega C}$ $\quad Z_L = i\omega L$

---

Magnetfeld in Materie: mag. Dipol $p_m = \frac{1}{2}\int_{Vol} \vec{r} \times j(r)\, dV$; bei Kreis $\vec{p}_m = I \cdot A \cdot \hat{n}$ ; Magnetisierung: $M = \frac{\sum p_m}{Vol}$

Diamag. (std.) induziert mag. Dipole (Drehmoment durch Lorentz-Kraft) Paramag. (überlagert): Elementarmagneten

B in mag. Materialien: $B = B_{aus} + \mu_0 M$ ; Suszept.: $M = \chi_{mag} \frac{B_{aus}}{\mu_0}$ ; rel. Permea.: $B = \mu_{rel} B_{aus} = (1 + \chi_{mag}) B_{aus}$ $(\mu_{rel} \equiv \mu)$

mag. Moment von Atomen: $\mu = \frac{q}{2m} L \to \mu_L = -\frac{e\hbar}{2m_e}\frac{L}{\hbar} = -\mu_{Bohr}\frac{L}{\hbar}$ ; ind. mag. Moment: $p_m^{ind} = \frac{1}{2} q^2 \frac{r^2}{2m} B$

Energiedichte einer Mag. M in H: $\varepsilon_m = \frac{1}{2}\mu_0 M \cdot H$

---

El. Dipol: $\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} p_e / r^2 \cdot \cos\vartheta$ $\quad E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r^5}(3(p_e \cdot r) - r^2 p)$

---

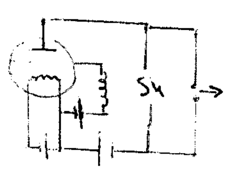
Schwingkreis: $\ddot{Q} + \frac{R}{L}\dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{L C} - \frac{R^2}{4L^2}}$, $I(t) = 2|A| \cdot e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)$

mit $|A| = \sqrt{a^2 + b^2}$ und $\tan\varphi = \frac{b}{a}$, $\alpha = 1/\tau_0 = \frac{R}{L}$

getriebener: Leistungsverlust $P_{el}^{wirk} = I^2 R = \frac{[U_0 \cos\omega t]^2}{Z^2} R \Rightarrow \langle P_{el}^{wirk} \rangle = \frac{1}{2} \frac{U_0^2 \cdot R}{R + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ ; $\langle P_{el}^{wirk} \rangle^{max} = \frac{1}{2}\frac{U_0^2}{R}$

Güte: $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$ ; $\Delta\omega$ Halbwertsbreite

ungedämpfter:




gekoppelter: Aufspaltung $\Delta\omega = \omega_0 k = \omega_0 \cdot \frac{L_{12}}{L}$

Hertzscher Dipol: variabler Dipolmoment $\vec{p}(t) = Q d_0 \cdot \sin\omega t$ Abfall im Nahfeld $\sim \frac{1}{r^2}$ Fernfeld $\sim \frac{1}{r}$

Energiedichte im Nahfeld: $w_{em} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2\right) = \varepsilon_0 E = \frac{1}{\mu_0} B^2$

$S = \varepsilon_0 \cdot c \cdot E^2$ ; $S = \frac{q^2 d_0^2 \omega^4 \sin^2\vartheta}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 r^2} \sin^2(\omega(t - r/c))$ , $P_{em} = \oint S\, dF = \frac{q^2 d_0^2 \omega^4 \sin^2(\omega(t-\frac{r}{c}))}{6\pi\varepsilon_0}$

$\overline{P}_{em} = \frac{q^2 \omega^4 d_0^2}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$

EM-Wellen $\vec{S} := \vec{E} \times \vec{H}$ $w_{em} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2\right)$ ~~$= \frac{1}{c} EH = \frac{S}{c}$~~ : $[w_{em} = \frac{J}{m^3}]$ S: Strahlungsleistung / Fläche

Strahlungsdruck $p_S = \frac{1}{c} S = w_{em}$

---

Strahlenoptik: Spalt Minima $b \cdot \sin\alpha_k = k \cdot \lambda$ Maxima $b \cdot \sin\alpha = (k + \frac{1}{2})\lambda$ | Gitter Max $g \sin\alpha_k = k \cdot \lambda$ Min $g \sin\alpha_k = (k + \frac{1}{2})\lambda$

optischer Weg $s_0 = s_{geom} \cdot n$ mit Refl. $+ \frac{\lambda}{2}$ Brewsterwinkel $\tan\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$

Fresnel: $\varrho_s = \frac{A_{rs}}{A_{es}} = -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$ $\tau_s = \frac{A_{gs}}{A_{es}} = \frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$ $\varrho_p = \frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan(\alpha+\beta)}$ $\tau_p = \frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}$

für Intensitäten $R = \varrho^2$ $T = \tau^2 \frac{\varepsilon_2 c_2'}{\varepsilon_1 c_1'}$ ; $T + R = 1$

Doppelbrechung: $\frac{\lambda}{4} \rightarrow$ zirkular aus linear bei $\alpha = 45°$ einstellig ... $\frac{\lambda}{2} \rightarrow$ kippen um Winkel $\Delta\alpha = 2\varphi$ Phasenverschiebung $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} d(n_3 - n_1)$

---

Fouriertransformierte $(f(x))^2 \longrightarrow (\phi(k))^2$ mit $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1}^{1} \phi(k) \cdot e^{ikx}\, dk$ $\phi(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx}\, dx$

Einzelspalt: $\phi^2 = \frac{2\sin^2 k}{k^2 \pi}$ Doppelspalt: $\phi^2 = \frac{2(\sin k - \sin 2k)^2}{k^2 \pi}$

---

Div. in Zyl. $\frac{1}{r}\frac{\partial(r \cdot v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$ in Kugelk. $\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial(\sin\vartheta\, v_\vartheta)}{\partial\vartheta} + \frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi}$

grad in Zyl. $\left(\frac{\partial v}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \varphi}, \frac{\partial v}{\partial z}\right)$ in Kugelk.: $\left(\frac{\partial v}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \vartheta}, \frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial v}{\partial \vartheta}\right)$